



TESIS DOCTORAL

Análisis del comportamiento de fragmentos de Carbono/Epoxi en régimen de impacto

Autor:

Alberto Mata Díaz

Director:

Jorge López Puente

Co-Director:

David Varas Doval

Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras

Leganés, Junio 2017

Esta página está en blanco de manera intencionada.

TESIS DOCTORAL

**Análisis del comportamiento de fragmentos de
Carbono/Epoxi en régimen de impacto**

Autor: Alberto Mata Díaz
Director: Jorge López Puente
Co-Director: David Varas Doval

Firma del Tribunal Calificador:

Nombre y Apellidos

Firma

Presidente: D. Ramón Zaera Polo

Vocal: D. Albert Turón Travesa

Secretario: D. Cláudio Saul Lopes

Calificación:

Leganés, 6 de Junio de 2017.

Esta página está en blanco de manera intencionada.

Agradecimientos

En primer lugar, quiero dar las gracias a Jorge López Puente y a David Varas Doval por darme la oportunidad de realizar mi doctorado junto a ellos, por su inestimable ayuda, por su dedicación y esfuerzo a lo largo de estos años y por sus correcciones. También me gustaría agradecer todo el apoyo y ayuda recibidos por Jesús Pernas Sánchez y Jose Alfonso Artero Guerrero, así como la presencia de los cuatro en el día más importante de mi vida, gracias.

Agradecer a los técnicos de laboratorio Sergio y David por su ayuda y disposición para realizar los ensayos de esta tesis.

También quiero agradecer a todos mis compañeros de doctorado, ya que cada uno de ellos también ha contribuido de una manera u otra: Pablo, Javi Vila, Lorena, Oscar, Javi Reboul, Mahy, Damián, Sara... Dar las gracias en especial a mis compañeros de despacho Javi Vila y Pablo por todo su apoyo y los grandes ratos pasados

A mis amigos de la carrera y de máster por todos los ratos que hemos pasado juntos.

A toda mi familia por su apoyo incondicional y ayuda siempre, sin ellos no habría podido llegar hasta aquí.

Esta página está en blanco de manera intencionada.

A Marta, por todo su amor y apoyo, sobre todo en el final de esta tesis.

Esta página está en blanco de manera intencionada.

Resumen

Actualmente, la industria aeronáutica busca la optimización de sus componentes estructurales, y una posibilidad de lograrlo es a través del empleo de materiales compuestos. Grandes compañías aeronáuticas utilizan cada vez en mayor proporción estos materiales en sus aeronaves e incluso, en un futuro, emplearán motores de rotor abierto con palas contrarrotatorias fabricadas con material compuesto. Estos motores reducen considerablemente el consumo, pero obligan a garantizar la protección del fuselaje del avión ante un posible impacto de un fragmento de material compuesto desprendido de las palas, por lo que es necesario estudiar el comportamiento de los materiales compuestos empleados impactando contra estructuras de similares características, como por ejemplo el fuselaje de un avión con un importante contenido de material compuesto en peso.

Al emplear materiales compuestos, debido su baja resistencia a impactos fuera de su plano, uno de los principales análisis que se realizan durante el diseño de una estructura aeronáutica de material compuesto es el estudio de su comportamiento frente a impactos. Sin embargo, no existen estudios previos en los que el material compuesto sea el proyectil y no el objetivo.

En esta tesis doctoral se ha analizado el impacto de fragmentos (rectangulares y con dos espesores y laminados diferentes) de material compuesto laminado contra una placa rígida, empleando tanto una metodología experimental como numérica. En ambos casos se ha analizado el proceso de impacto y los siguientes parámetros de importancia: la erosión producida en los fragmentos, la velocidad de los fragmentos durante el impacto, la fuerza producida por el impacto del fragmento y el impulso transmitido. Para realizar los impactos experimentales, se ha empleado un dispositivo neumático de impulsión que acelera los fragmentos contra la placa rígida; el proceso de impacto se ha grabado mediante tres cámaras de alta velocidad, permitiendo de esta forma comprobar que el impacto se produce de manera correcta, y el posterior análisis del mismo. Con los vídeos generados, se han obtenido los desplazamientos de los fragmentos para poste-

riormente obtener la fuerza de impacto producida. Los ensayos experimentales han permitido comprender los principales mecanismos de fallo que aparecen en los fragmentos y en todos ellos, se ha observado el fallo por compresión de la matriz y de las fibras, y además delaminación en las láminas más exteriores de los fragmentos. Los dos primeros mecanismos de fallo presentan mayor intensidad conforme aumenta la velocidad de impacto mientras que en las delaminaciones la tendencia es al contrario.

Además de la metodología experimental, en esta tesis también se ha desarrollado una metodología numérica para reproducir el impacto de los fragmentos de material compuesto laminado. Dicha metodología ha sido validada mediante los ensayos experimentales. Las simulaciones numéricas se llevaron a cabo utilizando el software comercial de elementos finitos Abaqus Explicit v6.14. Para reproducir el comportamiento del material compuesto laminado de los fragmentos se ha desarrollado un modelo de daño continuo tridimensional para reproducir lo más fielmente posible el fallo intralaminar real, dicho modelo se ha implementado mediante una subrutina de usuario. El fallo interlaminar se ha tenido en cuenta en el modelo empleando una interacción cohesiva entre cada lámina de material.

Atendiendo a la validación de la metodología numérica realizada, se ha comprobado que el modelo numérico desarrollado muestra una adecuada correlación con respecto a los parámetros observados en los ensayos experimentales. Respecto al modelo del material compuesto desarrollado en esta tesis, predice adecuadamente los fallos y el proceso de impacto de los ensayos experimentales.

Abstract

Nowadays, the aeronautic industry seeks to optimize structural components due to the high requirements demanded to the air-crafts and the use of composite materials in aeronautic structures is a possibility to achieve it. Large aeronautical companies are increasing the use of these materials on their air-crafts and they will use in the future open rotor engines which have blades made of composite materials. These future engines are highly efficient but the use of them force to guarantee the protection of the fuselage of the air-planes before a possible impact of a composite material piece detached from the blades, hence it is necessary to study the behaviour of composite materials impacting against structures made of similar materials such as the fuselage of an air-plane

When composites materials are used, due to their poor resistance to out of plane impacts, one of the main analysis that is carried out during the design of an aeronautic structure is the study of the behaviour of these materials against high velocity impacts. However, there are not previous studies in which the composite materials are the projectile and not the target of the impacts.

In the present Ph.D. thesis it has been analysed the impact of composite material fragments (rectangular and with two different thickness and ply sequences) against a rigid sheet using both an experimental and numerical methodology. In both cases, it has been analysed the impact process and the following relevant parameters: the fragment erosion, the fragment velocity, the impact force and the transmitted impulse. To carry out the experimental tests it has been used a pneumatic launcher to impel the fragments against the rigid sheet; the impact process has been recorded with three high speed cameras which have allowed to verify that the impact occurred correctly and to analyse it. The fragments displacement has been obtained with the videos recorded in order to get the impact forces. The experimental tests have allowed to understand the main failure mechanisms that appear in the fragments and in all of them, it has been observed compression failure of the matrix and fibres as well as delamination in the outermost plies of the fragment laminate. The first two failure mechanisms present higher intensity as the speed of impact increases while the tendency in delamination is the opposite.

In addition to the experimental methodology, it has also been developed a numerical methodology to reproduce the impact of composite material fragments. This methodology has been validated using the experimental tests. The numerical simulations have been carried out in the

finite element commercial code Abaqus Explicit v6.14. To reproduce as closely as possible the real intra-laminar behaviour of the composite material it has been developed a three-dimensional continuum damage model. The inter-laminar failure has been taken into account by the use of one cohesive interaction between each ply of the fragment laminate.

Considering the validation carried out, it has been shown that the numerical impact process and the numerical results have a correct agreement with the experimental ones. In relation to the continuum damage model developed, it reproduces correctly the failure mechanisms that appear in the composite fragments.

Índice general

Título	I
Agradecimientos	V
Dedicatoria	VII
Resumen	IX
Tabla de contenidos	XII
Índice de figuras	XV
Índice de tablas	XVIII
1. Introducción	1
1.1. Motivación	1
1.2. Objetivos	4
1.3. Contenido	5
2. Antecedentes	7
2.1. Introducción	7
2.2. Introducción a los materiales compuestos	7
2.2.1. Clasificación de los materiales compuestos	8
2.2.2. Laminados de matriz polimérica	12
2.2.3. Utilización de los materiales compuestos	14
2.2.4. Fabricación de laminados carbono/epoxi (CFRP)	16
2.2.5. Modos de fallo en materiales compuestos	18
2.2.6. Técnicas de inspección de los CFRPs	20
2.3. Comportamiento de materiales compuestos laminados ante cargas impulsivas	24
2.4. Modelización numérica de materiales compuestos	29
2.4.1. Modelos sin evolución del daño o desacoplados	30
2.4.2. Modelos con evolución del daño o de daño continuo	35
3. Metodología experimental	46
3.1. Introducción	46
3.2. Material compuesto empleado en los ensayos	46
3.3. Dispositivos experimentales	48
3.3.1. Lanzador neumático de impulsión y barrera láser	48
3.3.2. Cámaras de alta velocidad y sistema de iluminación	49
3.3.3. Cartuchos de lanzamiento	50
3.3.4. Retenedor de cartucho	52
3.4. Procedimiento de ensayo	53

3.4.1. Colocación de los dispositivos experimentales	54
3.4.2. Adquisición de datos	56
4. Metodología numérica	59
4.1. Introducción	59
4.2. Modelo constitutivo de daño continuo para materiales compuestos laminados . .	59
4.2.1. Comportamiento elástico del modelo	60
4.2.2. Criterios de iniciación del daño	61
4.2.3. Leyes de evolución del daño	62
4.2.4. Cálculo de tensiones del material con evolución del daño	68
4.2.5. Base termodinámica del modelo constitutivo	70
4.3. Implementación numérica del modelo	76
4.4. Ejemplo de implementación del modelo de daño	79
4.5. Modelización numérica del impacto de fragmentos de material compuesto	92
4.5.1. Modelado de los fragmentos de material compuesto	92
4.5.2. Modelado de la placa rígida	96
4.5.3. Mallado y condiciones de contorno de las láminas	97
5. Resultados	99
5.1. Introducción	99
5.2. Estudio del proceso de impacto de los fragmentos de material compuesto	99
5.3. Erosión	105
5.4. Velocidad del fragmento	112
5.5. Fuerza de impacto	114
5.6. Impulso	120
6. Conclusiones y trabajos futuros	123
6.1. Introducción	123
6.2. Conclusiones	123
6.3. Trabajos futuros	126
Bibliografía	128

Índice de figuras

1.1. Aviones de nueva generación.	2
1.2. Impactos sobre estructuras aeronáuticas.	3
1.3. Prototipo de motor de rotor abierto y futuro Airbus A30X.	3
2.1. Composición básica de un material compuesto.	8
2.2. Longitud de fibra de vidrio (pulgadas) vs. resistencia del material compuesto (psi, libras por pulgada cuadrada) [1].	9
2.3. Orientación de las fibras vs. resistencia a tracción [1].	10
2.4. Laminado unidireccional (a) y laminado cuasisótropo (b) [1].	11
2.5. Laminado tipo tejido [1, 2].	11
2.6. Comparativa cualitativa de propiedades: acero, aluminio, material compuesto.	14
2.7. Demanda de fibra de carbono entre los años 2000-2015.	15
2.8. Composición del avión Airbus A350-XWB [3].	15
2.9. Composición del avión Boeing 787 [4].	16
2.10. Esquema bolsa de vacío [5].	17
2.11. Bolsa de vacío y autoclave.	17
2.12. Delaminaciones en laminado de material compuesto.	18
2.13. Modos de fallo en laminados [6].	19
2.14. Inspección por rayos X [7].	20
2.15. Termografía infrarroja [7].	21
2.16. Tomografía computerizada [7].	21
2.17. Equipo de ultrasonidos C-Scan y ejemplo de imagen obtenida [8].	21
2.18. Esquema de la técnica de ultrasonidos pulso-eco por contacto y revelación de defectos [6].	22
2.19. Sistema de ultrasonidos por láser (LUS) [9].	23
2.20. Principio de equivalencia de deformaciones (A), principio de equivalencia de tensiones (B) y principio de equivalencia de energía (C).	37
2.21. Relación constitutiva a tracción longitudinal [10].	44
3.1. Laminado de fibra de carbono - matriz epoxy.	47
3.2. Corte por chorro de agua [11].	47
3.3. Fragmentos obtenidos a partir del laminado de fibra de carbono - matriz epoxy [11].	48
3.4. Sistema neumático de impulsión.	49
3.5. Sistemas de grabación (a) e iluminación (b).	49
3.6. Placa de desarrollo Arduino.	50

3.7. Cartucho para el lanzamiento de un fragmento de 6 mm de espesor.	51
3.8. Retenedor de cartucho.	52
3.9. Marcas y adhesivos colocados en los fragmentos.	53
3.10. Esquema general de los ensayos.	54
3.11. Vistas obtenidas por las cámaras.	54
3.12. Zona de impacto de los fragmentos.	55
3.13. Ejemplo de trayectoria obtenida con Tracker.	56
3.14. Desplazamiento original obtenido y suavizado frente al tiempo.	57
3.15. Fuerza vs. tiempo para un impacto de un fragmento de 4mm a 104 m/s.	58
4.1. Gráfica tensión-deformación equivalentes.	63
4.2. Esquema de la implementación de la subrutina VUMAT del modelo desarrollado.	78
4.3. Modelo numérico creado en Abaqus/CAE.	79
4.4. Gráfica tensión vs. deformación equivalentes de fibras a tracción.	80
4.5. Gráfica de la variable de daño de las fibras a tracción.	80
4.6. Gráfica tensión vs. deformación equivalentes de fibras a compresión.	81
4.7. Gráfica de la variable de daño de las fibras a compresión.	82
4.8. Gráfica tensión vs. deformación en dirección de las fibras.	82
4.9. Variables y parámetro de daño de las fibras.	84
4.10. Gráfica tensión vs. deformación equivalentes de matriz a tracción.	85
4.11. Gráfica de la variable de daño de la matriz a tracción.	85
4.12. Gráfica tensión vs. deformación equivalentes de matriz a compresión.	86
4.13. Gráfica de la variable de daño de la matriz a compresión.	87
4.14. Gráfica tensión vs. deformación equivalentes de matriz a tracción (II).	87
4.15. Tensión vs. deformación en dirección de las fibras y tangencial.	88
4.16. Gráfica tensión vs. deformación en dirección de la matriz.	89
4.17. Gráfica tensión vs. deformación equivalentes de matriz a compresión fuera del plano.	90
4.18. Gráfica de la variable de daño de matriz a compresión fuera del plano.	90
4.19. Modelo numérico creado en Abaqus/CAE.	92
4.20. Dimensiones de los fragmentos de material compuesto.	93
4.21. Interacciones cohesivas creadas en los fragmentos de material compuesto.	94
4.22. Modelo de comportamiento de las interacciones cohesivas con degradación lineal [12].	94
4.23. Placa rígida.	96
4.24. Conjunto masa-muelle de 1 GDL excitado por una fuerza externa.	96
4.25. Mallado de los fragmentos de material compuesto.	97
4.26. Velocidad inicial aplicada en un fragmento.	98
5.1. Detalle de un fragmento dañado.	100
5.2. Etapas del impacto de los fragmentos de material compuesto.	100
5.3. Onda de compresión en impacto numérico con $v_i = 100 \text{ m/s}$	101
5.4. Secuencias de impacto de un fragmento de 4mm de espesor a 100 m/s.	102
5.5. Secuencias de impacto de un fragmento de 6mm de espesor a 153 m/s.	104
5.6. Fragmentos de 4mm impactados a diferentes velocidades.	105
5.7. Fragmentos de 6mm impactados a diferentes velocidades.	106

5.8. Área frontal inicial y reducida de un fragmento impactado a $v=79\text{m/s}$	107
5.9. Erosión vs. energía cinética de impacto.	109
5.10. Erosión vs. velocidad de impacto.	110
5.11. Velocidades de dos fragmentos de 4mm de espesor.	112
5.12. Velocidades de dos fragmentos de 6mm de espesor.	112
5.13. Curvas fuerza vs. tiempo experimentales ($e = 4 \text{ y } 6 \text{ mm}$) a $v_i = 100 \text{ m/s}$	114
5.14. Curvas fuerza vs. tiempo numéricas ($e = 4 \text{ y } 6 \text{ mm}$) a $v_i = 100 \text{ m/s}$	115
5.15. Gráfico empleado para desarrollar el balance de momento lineal.	116
5.16. Curvas fuerza vs. tiempo experimentales.	117
5.17. Curvas fuerza vs. tiempo numéricas.	118
5.18. Curvas fuerza vs. tiempo numéricas vs. experimentales ($e = 4 \text{ mm}$).	118
5.19. Curvas fuerza vs. tiempo numéricas vs. experimentales ($e = 6 \text{ mm}$).	119
5.20. Impulso producido por el impacto de los fragmentos de 4mm de espesor.	120
5.21. Impulso producido por el impacto de los fragmentos de 6mm de espesor.	122

Índice de tablas

2.1. Propiedades de diferentes arquitecturas de laminados (Hexcel comp.)	12
2.2. Propiedades de resinas [13,14].	13
2.3. Propiedades de diferentes fibras [13,14].	14
3.1. Secuencia de apilado de los laminados empleados.	47
4.1. Propiedades del material compuesto AS4/8552 [8,15–17].	93
4.2. Parámetros de las interacciones cohesivas [8,15].	95
5.1. Valores característicos de las variables que aparecen en el problema.	108

Capítulo 1

Introducción

1.1. Motivación

Las industrias aeronáutica, ferroviaria o aeroespacial, entre otras, persiguen de forma continua la optimización de componentes estructurales y motores con el objetivo de reducir el consumo de combustible, factor muy importante en la industria del transporte debido a su alta sensibilidad a dicho factor. El alto precio de la energía hace que cualquier reducción de peso provoque un importante abaratamiento de los costes de explotación. En cuanto a la industria aeronáutica, en particular en las aeronaves civiles, el peso del combustible representa hasta un 40 % del total de la aeronave, por lo que una optimización de las estructuras reduce el peso de éstas, que a su vez reduce el gasto de combustible y, por tanto, se necesita almacenar menor cantidad, reduciendo aún más el peso de la aeronave. Además, la contribución a la cantidad total de CO_2 que la industria del transporte aéreo emite a la atmósfera no es despreciable, y más teniendo en cuenta que se estima que en las dos próximas décadas el crecimiento del tráfico aéreo provoque un aumento de las emisiones de más de un 60 % [18]. Estos datos ponen en evidencia la importancia de investigar el comportamiento de estructuras aeronáuticas optimizadas para conseguir un transporte más sostenible.

Para diseñar una estructura, y en particular una estructura aeronáutica, es necesario conocer la respuesta a las sollicitaciones a las que se va a ver sometida durante su vida útil, con el fin de optimizar al máximo su diseño, minimizando su peso. Uno de los requerimientos más importantes es la tolerancia frente a impacto, ya sea de baja o de alta velocidad [19–26]. Además, ha cobrado

mayor importancia si cabe desde que, con el objetivo de reducir el peso, se ha extendido el uso de los materiales compuestos en las estructuras aeronáuticas de uso civil. Los materiales compuestos más empleados actualmente en la industria aeronáutica son los laminados de fibra de carbono y matriz epoxi (CFRP por sus siglas en inglés), que aunque poseen unas excepcionales propiedades mecánicas específicas, tienen una baja resistencia al impacto cuando éste se produce de forma perpendicular a su plano. Este tipo de solicitaciones pueden provocar delaminaciones internas que podrían posteriormente crecer de forma inestable pudiendo llegar a provocar el fallo catastrófico de la estructura. Uno de los principales motivos que limitan el porcentaje de uso de los materiales compuestos para determinados componentes es, precisamente, el problema de su baja resistencia al impacto.

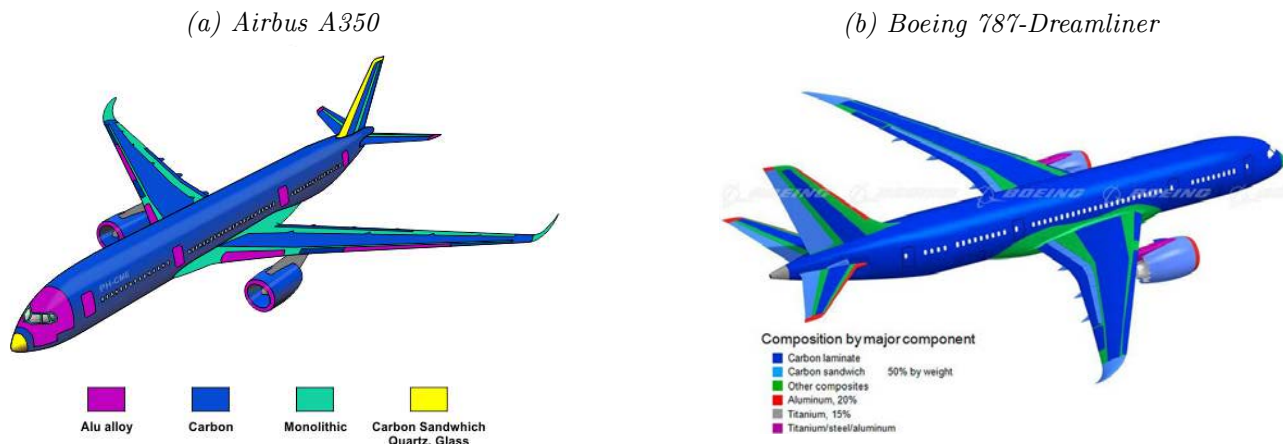


Figura 1.1: Aviones de nueva generación.

En aeronaves de nueva generación como los modelos Airbus A-350 (figura 1.1 (a)) o Boeing 787-Dreamliner (figura 1.1 (b)) se ha empleado para su construcción más de un 50 % en peso de material compuesto, lo que ha supuesto una reducción de hasta el 50 % en el consumo de combustible frente a aviones de similares capacidades fabricados hace décadas y aún hoy operativos. Todavía existe margen de mejora para ampliar el porcentaje de uso de estos materiales, pero para ello es necesario analizar en profundidad su comportamiento frente a impacto e investigar cómo mejorarlo.

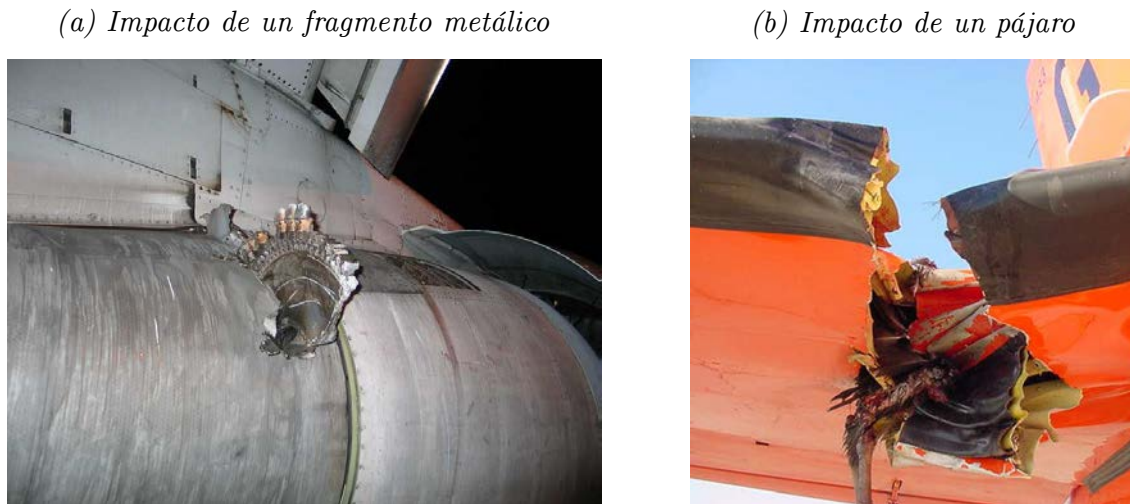


Figura 1.2: Impactos sobre estructuras aeronáuticas.

Los impactos sobre las estructuras aeronáuticas de material compuesto pueden clasificarse, según su velocidad, en: impactos a baja velocidad (que suelen ocurrir durante el proceso de montaje, mantenimiento o manipulación de las estructuras aeronáuticas, por ejemplo la caída de una herramienta sobre un panel de CFRP) e impactos a alta velocidad que pueden tener consecuencias catastróficas. Los objetos que pueden impactar contra una estructura de CFRP a alta velocidad pueden clasificarse en: objetos cuasi-indeformables (como fragmentos metálicos (figura 1.2 (a)), que presentan mayor resistencia que los CFRP y no sufren importantes deformaciones durante el impacto) y objetos altamente deformables (como granizo o pájaros (figura 1.2 (b)), que se deforman completamente durante el impacto debido a sus bajas propiedades en comparación con los CFRP).

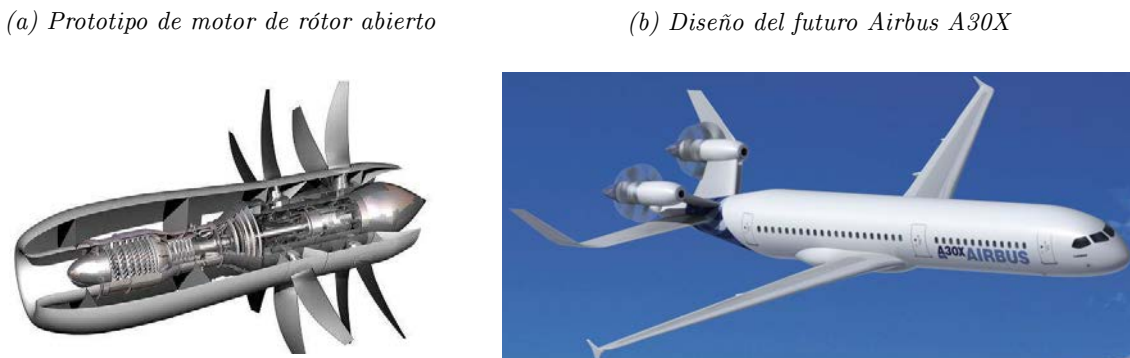


Figura 1.3: Prototipo de motor de rotor abierto y futuro Airbus A30X.

Entre estos dos grupos existe un caso intermedio, que es el impacto de fragmentos de CFRP contra CFRP. Debido a que las propiedades mecánicas del proyectil y de la estructura impactada son las mismas, este tipo de impacto no puede encuadrarse dentro de ninguno de los anteriores. En el desarrollo de futuros aviones de pasillo único se incluye el uso de motores de rotor abierto (figura 1.3 (a)), que reducen el consumo alrededor de un 20 % con respecto a los motores actuales y que emplearán una serie de palas contrarrotatorias fabricadas con CFRPs que podrían desprenderse e impactar contra el fuselaje u otra estructura, como en el futuro Airbus A30X (figura 1.3 (b)). Dentro del programa CleanSky 2 (que pertenece a su vez al programa Horizon 2020 de la Comisión Europea) hay una actividad cuyo objetivo es demostrar la validez de este tipo de motores, y uno de sus principales desafíos es proteger el fuselaje del avión ante un posible impacto de alguna pala, ya que este tipo de motores no posee carcasa de protección. Además, las agencias de certificación aeronáutica impondrán que el fuselaje sea capaz de resistir un impacto de estos elementos en caso de que se desprendan.

En esta tesis se ha estudiado el impacto a alta velocidad de fragmentos de CFRP contra una placa rígida. Es el primer paso en el estudio del impacto de este tipo de fragmentos antes de impactarlos contra estructuras del mismo material. Además, no existen trabajos previos de investigación en los que se analice el material compuesto como impactador, y con los impactos llevados a cabo en esta tesis pueden estudiarse los mecanismos de fallo que aparecen en los fragmentos, base fundamental para después continuar con el impacto sobre estructuras de CFRP.

1.2. Objetivos

La presente tesis doctoral tiene como objetivo el análisis del impacto de fragmentos rectangulares de CFRP contra una placa rígida. Para ello, se han considerado dos espesores con dos secuencias de apilamiento distintas y diferentes velocidades de impacto. En este estudio se han empleado metodologías tanto experimentales como numéricas y en ambos casos se han analizado una serie de parámetros: la erosión de los fragmentos, la velocidad de los fragmentos, la fuerza del impacto y el impulso transmitido. Para la consecución del objetivo de la tesis, se han completado una serie de tareas en ambas metodologías:

- **Metodología experimental:** se ha diseñado una metodología experimental que permite impactar de forma perpendicular fragmentos rectangulares de CFRP a alta velocidad
-

contra una placa rígida. Para conseguir un impacto perpendicular ha sido necesario desarrollar un cartucho en el que se introducen los fragmentos. Los cartuchos mantienen al fragmento perpendicular a la placa rígida y no llegan a impactar contra ella porque se ha diseñado un dispositivo específico situado antes de la placa que sólo permite el paso únicamente del fragmento. Para analizar los impactos, ha sido necesario obtener una serie de datos, en concreto, las imágenes del proceso de impacto obtenidas con cámaras de alta velocidad y la velocidad de impacto del fragmento obtenida con un medidor por láser.

- **Metodología numérica:** Se ha desarrollado una metodología numérica que permite reproducir los impactos de fragmentos de CFRP a alta velocidad contra una placa rígida. Para ello, se ha propuesto e implementado un modelo de daño continuo intralaminar tridimensional para el material compuesto laminado utilizado que describe el fallo progresivo de este tipo de materiales. Posteriormente se ha procedido a la validación de dicho modelo con los ensayos experimentales.

1.3. Contenido

Esta tesis se ha dividido en 6 capítulos, siendo éste el primero de ellos.

En el segundo capítulo se introducen los materiales compuestos, profundizando en los materiales compuestos laminados con fibras largas y se incluye una revisión bibliográfica de estudios experimentales y de modelos numéricos de materiales compuestos laminados existentes en la literatura.

El tercer capítulo está dedicado al desarrollo experimental. Se describen los materiales elegidos, los dispositivos experimentales empleados y el procedimiento llevado a cabo para realizar los ensayos experimentales.

El cuarto capítulo se dedica a detallar la metodología numérica desarrollada en esta tesis. Se describe el modelo constitutivo desarrollado, cómo se ha implementado en el software comercial de elementos finitos Abaqus/Explicit y cómo se han modelizado los ensayos experimentales llevados a cabo.

En el quinto capítulo se presentan y analizan los resultados obtenidos, tanto experimentales como numéricos; mediante su comparación se valida la metodología numérica.

En el sexto y último capítulo se recogen las conclusiones fundamentales de la tesis y se proponen posibles desarrollos futuros de los trabajos realizados.

Capítulo 2

Antecedentes

2.1. Introducción

En la presente tesis se analiza el comportamiento de fragmentos de material compuesto en régimen de impacto. Para conocer en profundidad los materiales compuestos, en este segundo capítulo se incluyen tres partes en las que se estudian: en la primera de ellas se realiza una introducción a los materiales compuestos, clasificación, fabricación, uso..., etc.; en la segunda, se analiza el comportamiento de los materiales compuestos ante cargas impulsivas y se expone una revisión bibliográfica de estudios experimentales; en la tercera y última parte, se realiza una revisión bibliográfica de la modelización numérica de materiales compuestos, revisando tanto modelos sin evolución del daño como modelos con evolución del daño (conocidos, estos últimos, como modelos de daño continuo).

2.2. Introducción a los materiales compuestos

Un material compuesto consiste en la mezcla o combinación de dos o más constituyentes, diferentes en forma y composición, e insolubles entre ellos, que se combinan con el objetivo de crear un material con mejores propiedades en conjunto que cada constituyente por separado, para la aplicación para la que se requiera dicho material.

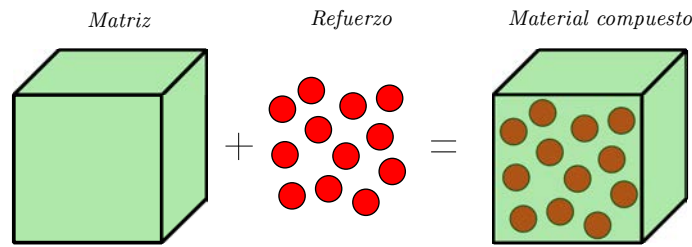


Figura 2.1: Composición básica de un material compuesto.

De forma general, los materiales compuestos están formados por dos constituyentes básicos, la matriz y el refuerzo, a los que se le pueden añadir otros minoritarios para mejorar alguna propiedad concreta. Esta composición básica se refleja en la figura 2.1. La matriz y el refuerzo poseen características diferentes y se relacionan entre sí como se detalla a continuación [1]:

- **Matriz:** Es la fase continua del material en la que el refuerzo es embebido. En general, el material elegido para la matriz no es ni tan rígido ni tan resistente como el del refuerzo. Su cometido es el de transmitir las cargas al refuerzo, protegerlo y brindarle cohesión. Cuando un material compuesto cuyo refuerzo son fibras es sometido a cargas mecánicas, la matriz se comporta de dos formas diferentes:
 - Bajo cargas de compresión, la matriz mantiene alineadas todas las fibras de forma que trabajen conjuntamente para soportar dichas cargas.
 - Bajo cargas de tracción, la matriz transfiere la carga aplicada al refuerzo, para que éste lo soporte. Para lograr esta transferencia de carga es muy importante que exista una excelente adhesión entre la matriz y el refuerzo.
- **Refuerzo:** Es la fase discontinua (o dispersa) del material que se agrega a la matriz para dotar al compuesto de alguna propiedad que la matriz no posee. En general, se utiliza para incrementar la resistencia y rigidez mecánicas pero, en ocasiones, se emplean refuerzos para mejorar el comportamiento a altas temperaturas o la resistencia a la abrasión.

2.2.1. Clasificación de los materiales compuestos

Existen varias formas de clasificar los materiales compuestos, como por ejemplo según la naturaleza de sus constituyentes o según la forma de éstos. Esta última es ampliamente utilizada y

distingue entre tres tipos de materiales:

- **Materiales compuestos reforzados con partículas:** el refuerzo son partículas equiaxiales, es decir, de aproximadamente iguales dimensiones en todas las direcciones. Pueden tratarse de partículas grandes o pequeñas consolidadas por dispersión. Un ejemplo de este tipo de material son los cermet, en donde las partículas son de material cerámico como el TiC o TiCN que refuerzan una matriz metálica habitualmente de cobalto o níquel. Las herramientas de corte, partes de turbinas, inyectores o toberas son algunas de las aplicaciones de este material. Otro ejemplo de material compuesto reforzado con partículas, pero pequeñas, es el caucho reforzado con negro de humo que son micropartículas (de diámetro 20-50 nm) producidas por una combustión incompleta de gas natural u otros derivados del petróleo. La adición de este material muy económico aumenta la tenacidad y las resistencias a la tracción, torsión y desgaste. Los neumáticos de los vehículos contienen entre 15-30 % en volumen de negro de humo.
- **Materiales compuestos reforzados con fibras:** el refuerzo son fibras, es decir, un material con una relación de forma (longitud/diámetro) muy alta. Las fibras pueden formar un tejido, y ser continuas o discontinuas. Estas últimas, a su vez, pueden estar alineadas u orientadas al azar.

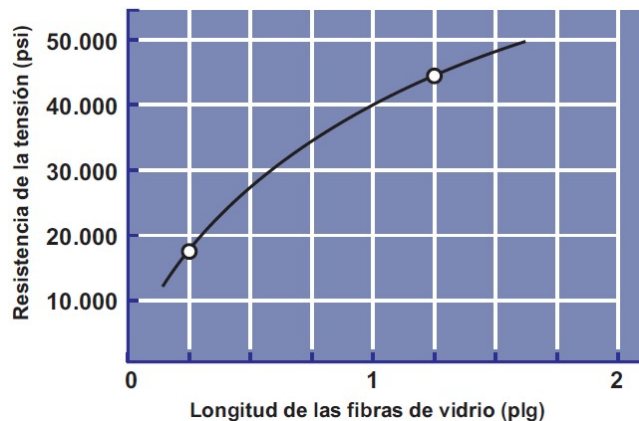


Figura 2.2: Longitud de fibra de vidrio (pulgadas) vs. resistencia del material compuesto (psi, libras por pulgada cuadrada) [1].

La resistencia del material compuesto mejora cuando la longitud de las fibras es mayor (figura 2.2) o cuando el diámetro es lo más pequeño posible, ya que ambas situaciones

aumentan la relación de aspecto. Al tener fibras largas, existen menos extremos, punto donde las fibras pueden soportar menos carga. Fabricarlas con un diámetro pequeño conlleva tener menor área superficial, lo que se traduce en un menor número de defectos que puedan propagarse durante el proceso de fabricación o bajo carga del material compuesto. Otro aspecto a tener en cuenta es la cantidad de fibras utilizada. Una fracción mayor de volumen de fibras incrementa la resistencia y la rigidez del compuesto, por ser el constituyente de mayores propiedades mecánicas intrínsecas. Sin embargo, si la fracción pasa del 65 %, aproximadamente, las fibras ya no quedan totalmente rodeadas por la matriz y la transferencia de carga deja de ser eficiente.

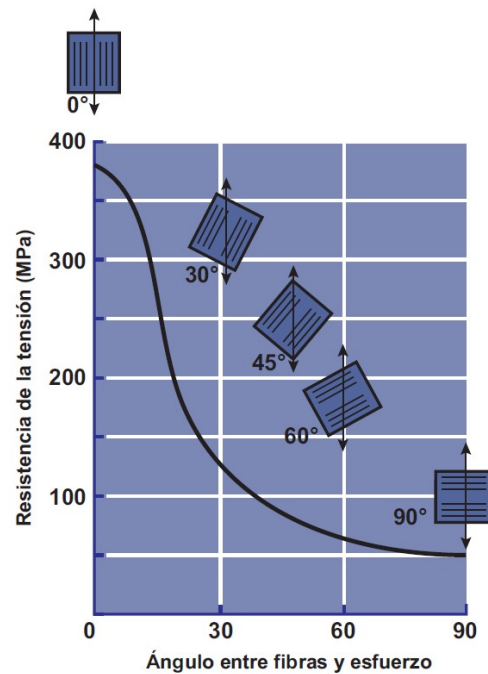


Figura 2.3: Orientación de las fibras vs. resistencia a tracción [1].

Igual de importante es la orientación de las fibras. Las fibras cortas con una orientación aleatoria se pueden introducir con facilidad en la matriz, dando un comportamiento cuasisótropo. Las láminas con fibras largas y continuas producen propiedades anisotrópicas, con una resistencia y rigidez en dirección de las fibras muy altas. Sin embargo, si la carga aplicada no es en la dirección de las fibras, la resistencia es mucho menor (figura 2.3).

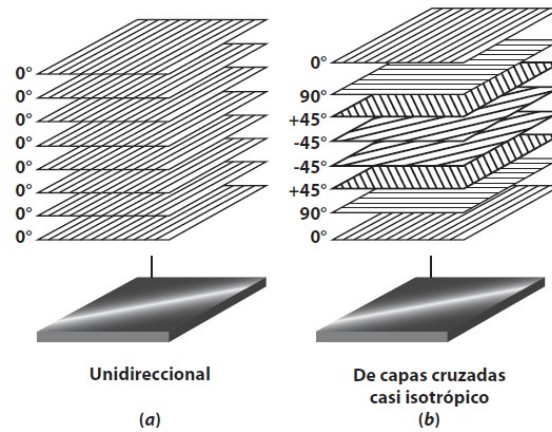


Figura 2.4: Laminado unidireccional (a) y laminado cuasisótropo (b) [1].

Gracias a la citada anisotropía, los materiales compuestos reforzados con fibras largas se pueden diseñar para soportar cargas en determinadas direcciones apilando diferentes láminas de forma adecuada, creando laminados. En la figura 2.4 puede apreciarse un conjunto de láminas unidireccionales o cinta (a) con todas las fibras en la misma dirección, y otro conjunto cuasi-isótropo (b), con fibras de diferentes orientaciones de forma que se consigue una mayor isotropía en el conjunto.

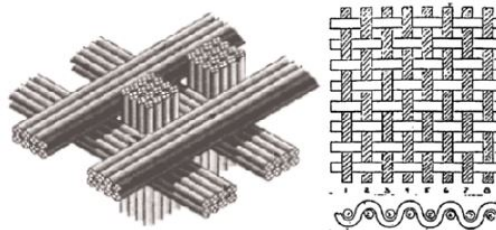


Figura 2.5: Laminado tipo tejido [1, 2].

Las fibras largas también se pueden organizar formando laminados de tejidos (figura 2.5). En este tipo de arquitectura las fibras están tejidas entre sí y orientadas perpendicularmente; este tipo de laminado presenta menor anisotropía en el plano que los laminados cinta. En función de la forma de entrecruzamiento de las fibras, existen diferentes tipos de tejidos: tafetán, satén, etc. ...

Propiedad	AS4/8552	AGP193-PW
Tipo de arquitectura	Unidireccional	Tejido
Fibra	AS4	AS4
Espesor lámina [mm]	0.13	0.195
Densidad [Kg/m^3]	1100 - 1400	1570
E_1 [GPa]	141	68
E_2 [GPa]	8	66
X_{T1} [MPa]	2207	828
X_{T2} [MPa]	81	793
X_{C1} [MPa]	1586	883

Tabla 2.1: Propiedades de diferentes arquitecturas de laminados (Hexcel comp.)

Dependiendo de la arquitectura de las láminas (cinta o tejido), el laminado presentará diferentes propiedades. En la tabla 2.1 se muestran algunas propiedades de dos tipos de arquitecturas para el mismo tipo de fibras y matriz. El laminado cinta presenta valores superiores de resistencia y rigidez en dirección de las fibras (E_1) que los laminados de tejido, como se puede ver en la tabla 2.1.

2.2.2. Laminados de matriz polimérica

El material compuesto estudiado en la presente tesis es un laminado de matriz polimérica, en concreto de resina epoxi, con fibra larga de carbono unidireccional, conocido por sus siglas en inglés CFRP. A continuación se detalla por qué esta combinación de matriz y fibras es tan ampliamente utilizada:

- **Matriz:** Las matrices más empleadas en la industria son las poliméricas, que pueden clasificarse según su comportamiento frente a la temperatura en dos grandes grupos: termoestables y termoplásticas.
 - Matrices de resinas termoestables: este tipo de matriz ofrece muy buenas propiedades en cuanto a rigidez, resistencia al calor y a los disolventes, pero también presenta desventajas como su dificultad de preparación y reciclaje. Este tipo de matrices son estables hasta alcanzar su temperatura de distorsión, momento en el cual se degradan sus propiedades. Las propiedades de estas resinas termoestables dependen del método de fabricación o curado, durante el cual las resinas líquidas se solidifican formando redes tridimensionales de enlaces de polímeros. La formación de estas redes se

puede controlar variando su composición y proceso de fabricación (tiempo de curado, temperatura, etc. ...) lo que confiere a las propiedades de este tipo de matrices una gran adaptabilidad en función del uso final.

- **Matrices de resinas termoplásticas:** este tipo de resinas presentan buenas características de tenacidad y resistencia al ataque de químicos, además de ser más baratas de fabricar y reciclables. Su principal desventaja frente a las resinas termoestables, es que no presentan redes tridimensionales de polímeros, lo que significa que sus propiedades dependen del monómero del que se componen, reduciendo así la adaptabilidad de sus propiedades.

Propiedad	Resinas epoxi	Resinas poliéster	Polipropileno	Polycarbonato
Tipo de matriz	Termoestable	Termoestable	Termoplástica	Termoplástica
Densidad [Kg/m^3]	1100 - 1400	1200 - 1500	900	1060-1200
E [GPa]	3 - 6	2 - 4.5	1 - 1.4	2.2 - 2.4
X_t [MPa]	35 - 100	40 - 90	25 - 38	45 - 70
ε_t	0.01 - 0.06	0.02	3	0.5 - 1
Temp. distorsión [$^{\circ}C$]	50 - 300	50 - 110	—	—
Temp. fusión [$^{\circ}C$]	—	—	60 - 65	110 - 140

Tabla 2.2: Propiedades de resinas [13, 14].

Observando las propiedades específicas resultantes de la tabla 2.2 para diferentes tipos de resinas, las resinas epoxi son superiores al resto. Además, su baja viscosidad, su baja volatilidad durante el curado, su estabilidad frente a la temperatura y su alta resistencia en la adhesión con fibras hacen de estas resinas las más empleadas.

- **Fibra:** Para la fabricación de laminados de matriz polimérica en la industria, se utilizan varios tipos de fibras: vidrio, boro, aramida, polietileno o carbono, en función de los requisitos de diseño. De todos estos tipos, la fibra de carbono es la que presenta mejores propiedades mecánicas.

Propiedad	Fibra de carbono	Fibra de vidrio	Kevlar 49
Diámetro [μm]	7 - 9.7	8-14	11.9
Densidad [Kg/m^3]	1750 - 1950	2560	1450
E [GPa]	250 - 390	76	125
X_t [GPa]	2.2 - 8.7	1.4-2.5	2.8 - 3.6
ε_t	0.005 - 0.01	0.018-0.032	0.022-0.028

Tabla 2.3: Propiedades de diferentes fibras [13, 14].

La microestructura de las fibras de carbono está formada por un apilamiento de redes hexagonales de átomos de carbono, cuyos enlaces son covalentes fuertes mientras que los enlaces entre planos apilados son fuerzas débiles de Van der Waals, lo que provoca una alta anisotropía. Por ello, para obtener un elevado valor del módulo de elasticidad y de la resistencia a tracción, los planos deben estar orientados paralelamente a la fibra; esta orientación depende del proceso de fabricación [13]. En la tabla 2.3 puede observarse el rango de los valores de las propiedades de diferentes fibras fabricadas con diferentes métodos. El módulo de Young (E/ρ) y la resistencia a tracción (X_t/ρ) específicas de las fibras de carbono son superiores a las propiedades de los otros tipos de fibras, lo que hace que sean empleadas habitualmente en sectores donde el peso sea un factor determinante, como sucede en la industria aeronáutica.

2.2.3. Utilización de los materiales compuestos

Desde varios siglos a.C. ya se utilizaban materiales compuestos, ejemplos de ello son la fabricación del adobe, ladrillos de barro reforzados con paja, que se utilizaba para la construcción de viviendas, y el empleo de la fibra de vidrio por los egipcios para reforzar vasos y ánforas construidas de cerámica.

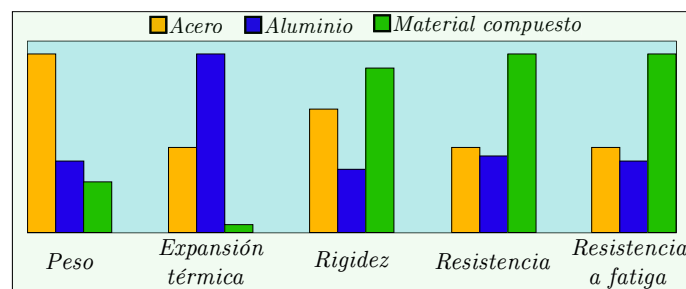


Figura 2.6: Comparativa cualitativa de propiedades: acero, aluminio, material compuesto.

Actualmente existen multitud de tipos de materiales compuestos que paulatinamente van sustituyendo a materiales tradicionales como acero o aluminio. En el ámbito estructural, su principal ventaja frente a estos es que poseen mejores propiedades mecánicas específicas, tal y como puede apreciarse en la figura 2.6.

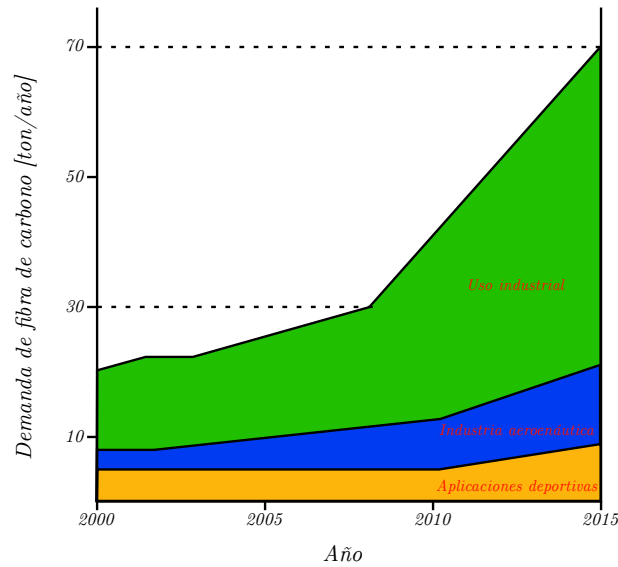


Figura 2.7: Demanda de fibra de carbono entre los años 2000-2015.

El verdadero auge en el uso de este tipo de materiales se produce en el siglo XX, debido al aumento de las necesidades en industrias como la aeronáutica. Se requiere alta rigidez y resistencia y a su vez menos peso, al igual que mejores propiedades que los materiales, entonces, más empleados. En la figura 2.7 puede verse la evolución de la demanda de fibra de carbono en los quince primeros años del presente siglo, observando un aumento de hasta el doble en el uso industrial (verde) y aeronáutico (azul). Hoy en día, los materiales compuestos son muy empleados, además de en la industria aeronáutica, en la aeroespacial y la energética, pero habrá que esperar varios años para su utilización general debido a sus altos costes.

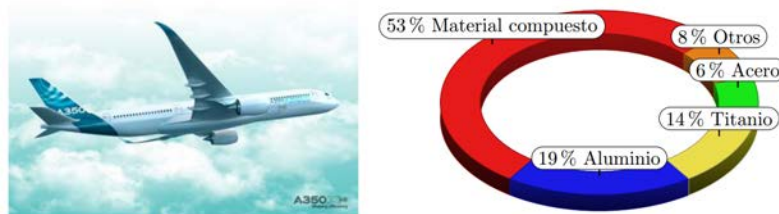


Figura 2.8: Composición del avión Airbus A350-XWB [3].

Como ejemplos de aplicación actual, se puede observar cómo grandes empresas de la industria aeronáutica, como Airbus y Boeing, están fabricando aeronaves con gran cantidad de materiales compuestos. En el caso de Airbus, con su A-350 XWB (figura 2.8), ha conseguido que el 53 % en peso de dicho avión sea fabricado con material compuesto.

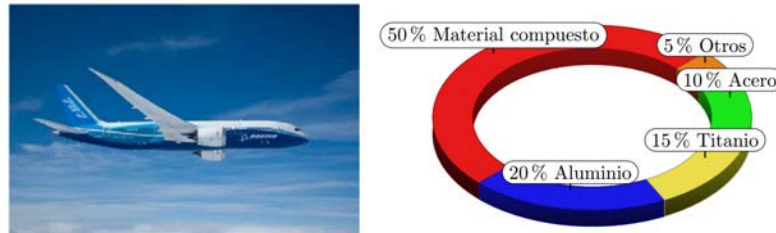


Figura 2.9: Composición del avión Boeing 787 [4].

En el caso de Boeing, desde el año 2009 lleva comercializando su modelo 787 (figura 2.9) con un 50 % en peso de material compuesto.

2.2.4. Fabricación de laminados carbono/epoxi (CFRP)

Actualmente existen diferentes formas de fabricar materiales compuestos laminados en función del tipo de resina y de la interacción fibra-matriz. Ejemplos de dichas formas son: enrollamiento continuo, pultrusión, moldeo por transferencia de resina, moldeo por compresión, métodos húmedos o método preimpregnado. Los métodos de fabricación de CFRPs más empleados son:

- **Métodos húmedos:** en estos métodos se impregnan las fibras con una resina de baja viscosidad. Para realizar la impregnación hay diferentes formas: hacer pasar las fibras por un baño de resina antes de ser enrolladas en un mandril (enrollado húmedo), mediante rodillos y posteriormente prensada (contacto húmedo) o colocando las fibras en un molde cerrado o no en el cual se inyecta o esparce la resina (inyección de resina o moldeo a mano).
- **Método preimpregnado:** este método es el más empleado en la actualidad para fabricar materiales compuestos laminados en aplicaciones aeronáuticas o aeroespaciales, así como muy común para fabricar componentes médicos y en una gran variedad de productos industriales [27].

La fabricación de laminados mediante el método impregnado tiene tres etapas:

- Precompresión: tras apilar las láminas de fibras pre-impregnadas de resina hasta conseguir la secuencia de apilamiento deseada, se aplica una presión de vacío para asegurar la consolidación entre las láminas, mejorando las características del laminado final. Durante el apilamiento, el laminado debe ser sometido varias veces a una presión de vacío para asegurar la unión perfecta entre las láminas.
- Bolsa de vacío: la etapa siguiente consiste en realizar la bolsa de vacío para su curado final. Esta etapa se basa en la aplicación de presión en el laminado antes de ser curado para eliminar el exceso de resina, volátiles y aire, y para consolidar las fibras.

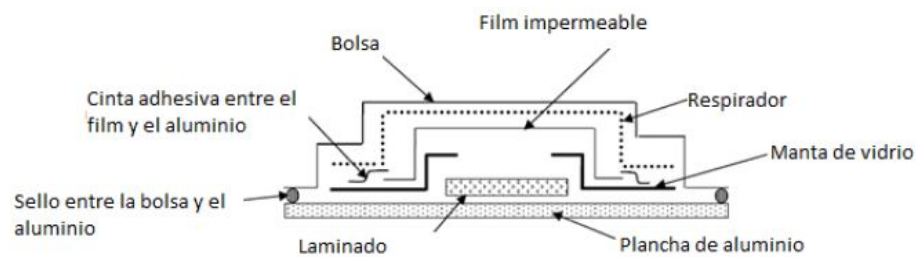


Figura 2.10: Esquema bolsa de vacío [5].

La bolsa de vacío tiene diferentes componentes, como se ve en la figura 2.10: una plancha de aluminio sobre la que se apoya el laminado; un film impermeable y fácil de retirar a ambos lados del laminado para que no se pegue al molde el laminado; a veces se coloca una manta de vidrio entre el film impermeable y el laminado para absorber el exceso de resina durante el futuro curado; un respirador para distribuir el vacío uniformemente y permitir el paso de aire a través de la bolsa del laminado, incluso bajo vacío o presión; la bolsa propiamente dicha, que permite la eliminación del aire a través de una válvula de vacío.



Figura 2.11: Bolsa de vacío y autoclave.

- **Curado en autoclave:** la última etapa de la fabricación es el curado en un autoclave. Un autoclave (figura 2.11) es un recipiente que genera calor y presión en su interior. Se genera presión mediante la compresión de un gas mientras se aplica calor para curar la resina. El autoclave proporciona piezas de gran calidad y formas complejas. Se suele aplicar vacío durante las primeras etapas del ciclo de curado para eliminar los volátiles y el aire que haya podido quedar atrapado.

2.2.5. Modos de fallo en materiales compuestos

Los modos de fallo que pueden aparecer en materiales compuestos laminados son muy complejos y objetos de numerosos estudios. Dichos modos pueden dividirse en dos grupos: interlaminares e intralaminares.

Modos de fallo interlaminares

El fallo interlaminar o delaminación (figura 2.12) consiste en la propagación de una fisura en la interfase existente entre láminas adyacentes orientadas a diferente ángulo y que ocasiona la separación de las mismas. Este modo de fallo puede llegar a ser muy peligroso por la considerable reducción de la resistencia del laminado que provoca y debido a que con una simple inspección visual no puede identificarse la existencia de dicho modo de fallo. La zona delaminada en cada lámina depende de tres factores: la diferencia entre los módulos de elasticidad en dirección transversal y longitudinal, el espesor de la lámina y la deflexión del laminado. Las delaminaciones reducen la resistencia y la rigidez del material, así como su vida útil, y pueden ocurrir por diversas razones como:

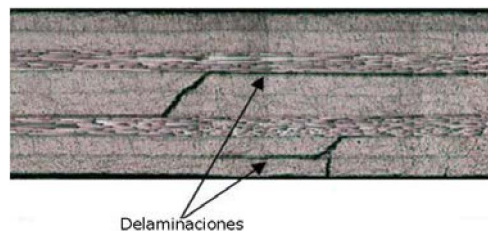


Figura 2.12: Delaminaciones en laminado de material compuesto.

- Defectos de fabricación como un proceso de curado erróneo o un incorrecto apilamiento de láminas.

- Cargas transversales a las interfases, que por su debilidad en esta dirección se dañan provocando delaminaciones.
- Compresión en el plano del laminado que puede provocar pandeo, generándose delaminaciones.
- Cargas en el plano aplicadas con un cierto ángulo que generan tensiones transversales.

Modos de fallo intralaminares

Los fallos intralaminares ocurren en el interior de las láminas, y pueden dividirse en fallos en las fibras o en la matriz.

- Fallo en la matriz: rotura de la matriz provocada por tensiones superiores a la resistencia de la misma; rotura de la matriz debida a cargas de flexión. La rotura de la matriz paralela a la dirección de las fibras degrada considerablemente la rigidez del laminado mientras que si la rotura sucede en perpendicular la degradación es menor. En general, el fallo en la matriz es el primero que se produce en un laminado.
- Fallo en las fibras: rotura de fibras que puede ser provocada por tensiones o deformaciones de tracción en la dirección de las fibras o tangencial mayores a la resistencia o máxima deformación admisibles; pandeo de fibras provocado por tensiones de compresión en dirección de las fibras; flexión de fibras debida a cargas de flexión; rotura radial de fibras debida a tensiones circunferenciales. El fallo en las fibras suele ocurrir después del fallo en la matriz y la delaminación del laminado.

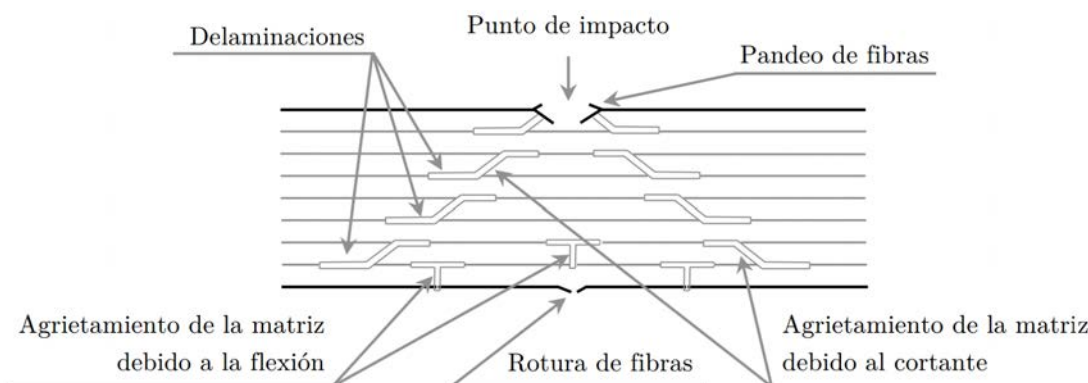


Figura 2.13: Modos de fallo en laminados [6].

En la figura 2.13 puede verse cómo los modos de fallo descritos aparecen en los laminados sometidos a impactos. En esta tesis el laminado no es sometido a impacto, sino que se emplea como impactador, pero aparecen los mismos modos de fallo explicados.

2.2.6. Técnicas de inspección de los CFRPs

Debido a la gran importancia de cuantificar e identificar el daño en los materiales compuestos laminados, se emplean diferentes técnicas de inspección para detectar de forma precisa el estado del laminado. Dichas técnicas pueden clasificarse en destructivas y no destructivas, siendo estas últimas las más empleadas en los CFRPs. Ejemplos de estas últimas son los descritas a continuación:

- **Inspección visual:** es la primera evaluación que suele hacerse para estimar el daño producido. Sin embargo, este estudio sólo puede llevarse a cabo en materiales compuestos translúcidos, como los formados por fibras de vidrio y matriz epoxi. Una de las técnicas más empleadas es el análisis digital de imagen, que aprovecha la transparencia a la luz blanca de algunos laminados. Se obtienen imágenes con zonas claras y oscuras, donde las oscuras corresponden a áreas dañadas. Para cuantificar el daño se utilizan programas de tratamiento de imágenes.

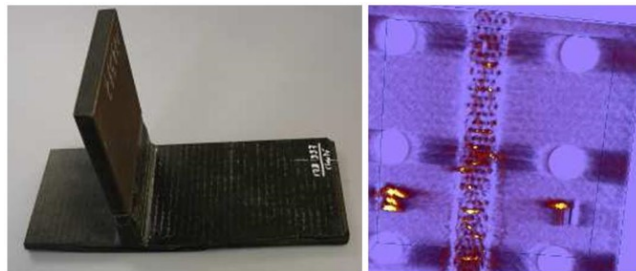


Figura 2.14: Inspección por rayos X [7].

- **Inspección mediante rayos X:** (figura 2.14) se basa en la utilización de radiaciones electromagnéticas de alta frecuencia, con capacidad de penetrar y atravesar materiales opacos a la luz visible. Las discontinuidades se manifiestan por una diferencia de absorción de la radiación. Se puede aplicar para control dimensional, detectar porosidad, defectos en núcleos, objetos extraños, etc.

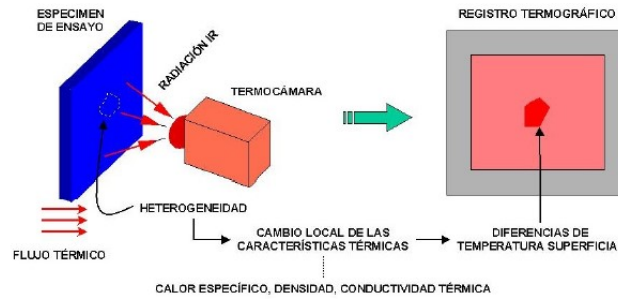


Figura 2.15: Termografía infrarroja [7].

- **Termografía de rayos infrarrojos:** (figura 2.15) está basada en la detección de la distribución de temperatura en la superficie, sin necesidad de contactar con ella. Se obtiene una imagen dinámica y visible, y en las zonas dañadas se observan diferencias en la conducción del calor. Es una técnica muy utilizada para examinar las palas de los aerogeneradores.

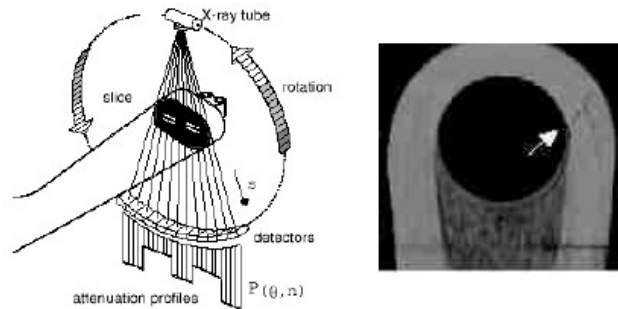


Figura 2.16: Tomografía computarizada [7].

- **Tomografía computarizada:** (figura 2.16) es semejante a la empleada en seres humanos. Tiene un coste muy alto actualmente, aunque posee elevada resolución de defectos, de unos 0.1 mm. Se utiliza, por ejemplo, en las palas de helicóptero.

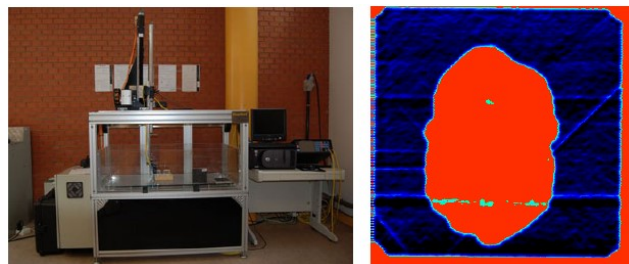


Figura 2.17: Equipo de ultrasonidos C-Scan y ejemplo de imagen obtenida [8].

- **Inspección por ultrasonidos:** es la más utilizada en materiales compuestos y consiste en introducir ondas acústicas en el elemento a inspeccionar que se propagan a través del material y sufren los fenómenos de reflexión, refracción, atenuación, difracción, etc. (figura 2.17). La presencia de defectos o daños se pone de manifiesto a través de las alteraciones que se producen en la propagación de las ondas con respecto a lo esperado en un material sin daños.

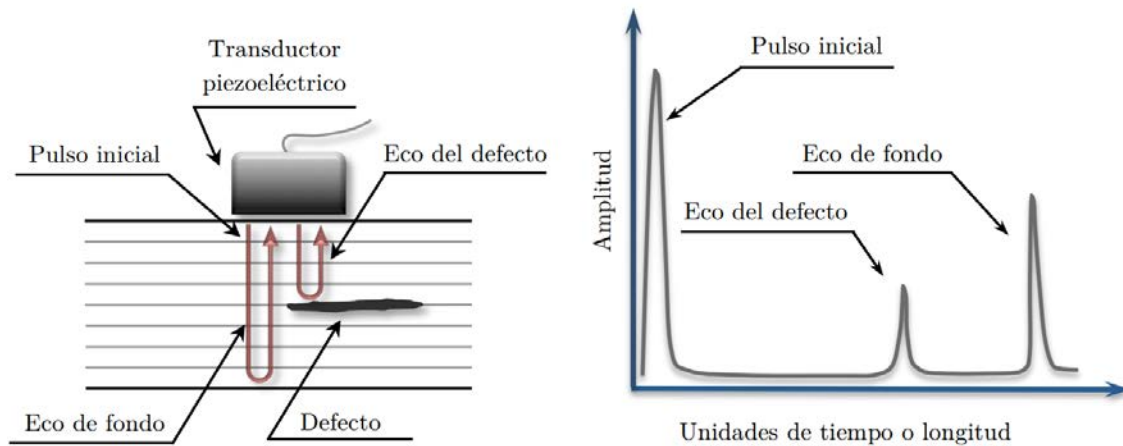


Figura 2.18: Esquema de la técnica de ultrasonidos pulso-eco por contacto y revelación de defectos [6].

En las técnicas de ultrasonidos pulso-eco por contacto (figura 2.18), un transductor, a través de un elemento piezoeléctrico, emite pulsos sonoros que se transmiten a través del laminado a inspeccionar. En ausencia de defectos o daños en el interior del laminado, las ondas acústicas alcanzan la cara opuesta del sólido y son reflectadas en dirección a otro elemento piezoeléctrico exterior dentro del transductor que actúa como receptor. Si existieran defectos o daño en el interior del laminado, se interrumpe la propagación de las ondas a lo largo del espesor debido a la diferencia de la impedancia acústica entre el laminado y los defectos o daño; partes de las ondas se propagan a través de todo el espesor mientras otras son reflectadas antes de llegar a la cara opuesta del laminado. Estas últimas se denominan eco, y su amplitud permite determinar características del daño como por ejemplo la distancia entre el defecto y la superficie o su dimensión.



Figura 2.19: Sistema de ultrasonidos por láser (LUS) [9].

Existe una técnica más reciente de inspección por ultrasonidos con láser (LUS) (figura 2.19), que incorpora ventajas muy significativas, especialmente al considerar componentes de pequeño tamaño y geometría compleja que en muchos casos sólo pueden inspeccionarse manualmente. Los sistemas LUS además de automatizar la inspección, y garantizar la disponibilidad de un registro de los datos obtenidos, elimina el agua requerido en técnicas convencionales como acoplante acústico y la necesidad de un contacto físico del elemento auscultador con la superficie de la pieza a inspeccionar. Considerando el margen de variación del ángulo de incidencia del láser, se puede entender el abanico de posibilidades que esta tecnología abre para el futuro de la inspección en materiales compuestos.

2.3. Comportamiento de materiales compuestos laminados ante cargas impulsivas

Debido al creciente uso de los materiales compuestos laminados en industrias como la aeronáutica, dichos materiales pueden verse sometidos con una alta probabilidad a cargas impulsivas, debido por ejemplo al impacto de hielo o pájaros durante el vuelo de una aeronave contra su fuselaje, fabricado en gran parte con CFRPs. Debido a las posibles consecuencias catastróficas que pueden provocar las cargas impulsivas, se realizan numerosos estudios experimentales sobre el impacto de objetos tanto cuasi-indeformables como deformables sobre CFRPs, existiendo un menor número de estos últimos. Sin embargo, en unos años se comenzarán a emplear CFRPs en las palas de los futuros motores de rotor abierto, existiendo entonces la posibilidad de un impacto de fragmentos de CFRP contra el mismo material presente en los fuselajes de las aeronaves y haciendo necesario su estudio. Actualmente, no existen estudios previos en los que el CFRP actúe como impactador, encontrándose únicamente trabajos cercanos en los que se estudia el comportamiento a compresión de materiales compuestos laminados a diferentes velocidades de deformación para estudiar la influencia de ésta.

Estudios experimentales de impactos sobre materiales compuestos laminados

Los primeros estudios experimentales sobre el comportamiento frente a impacto de los materiales compuestos datan del año 1966 [28]. Sus autores buscaron determinar el mínimo espesor necesario para detener un proyectil a una determinada velocidad, sin llegar a estudiar ni cuantificar los fallos producidos. En la siguiente década se desarrollaron estudios en el ámbito militar, muchos de ellos clasificados y por tanto inaccesibles para la comunidad científica. Hasta el año 1973 [29] no se documentaron los fallos producidos en laminados sometidos a impactos, cuando L. Friedich y J. L. Preston analizaron diferentes ángulos y velocidades de impacto, determinando la capacidad de penetración y los fallos producidos en los laminados. Además, para identificar y cuantificar el área delaminada durante el impacto emplearon la técnica de inspección por ultrasonidos, concluyendo que era la más adecuada.

Al comenzar a popularizarse el uso de este tipo de materiales se hizo necesario ampliar el conocimiento de su comportamiento frente a impactos. A partir de la década de los ochenta

y hasta hoy se estudia en profundidad el comportamiento y los modos de fallo de materiales compuestos laminados sometidos a impactos de fragmento metálicos [30–43]. En el año 1988 W. Cantwell [30] analizó el fallo producido sobre laminados unidireccionales de CFRP en un amplio rango de velocidades de impacto, desde 10 m/s hasta 500 m/s. En concreto, estudió la influencia de la energía de impacto en las delaminaciones generadas, la forma del daño producido y la influencia del espesor de las probetas en dicho daño.

En 1996 C. Sun et al. [44] realizaron ensayos de impactos cuasiestáticos y de alta velocidad sobre laminados CFRP. Se emplearon diferentes proyectiles cilíndricos de acero y laminados con diferentes espesores, analizando las velocidades residuales en todos los casos, con el objetivo de proponer un modelo analítico capaz de predecir la velocidad residual y el límite balístico basándose en la hipótesis de que la energía absorbida por el laminado no variaba con la velocidad de impacto. En el año 2002, J. López-Puente et al. [38] observaron que los laminados unidireccionales sufren un daño mayor que los de tipo tejido frente a impactos perpendiculares. Posteriormente, en el año 2008 [40], realizaron un amplio estudio experimental de impactos de esferas de acero sobre laminados de tipo tejido de CFRP a velocidades entre 60 y 600 m/s, impactando tanto de manera normal como oblicua al laminado. En este trabajo se empleó un único espesor para el laminado, mientras que P.J. Hazell et al. [45] en un trabajo similar aquel año comparó dos espesores diferentes de laminado generándose mayor delaminación en los impactos oblicuos contra los laminados más gruesos.

En el año 2014, J. Pernas-Sánchez et al. [43] realizaron un estudio experimental de impactos a alta velocidad de esferas de acero contra un laminado cuasisótropo con un rango de velocidades entre 80 y 490 m/s y realizando impactos normales y oblicuos. Observaron que el daño producido en impactos por debajo del límite balístico era mayor en los impactos normales, tendencia que se invertía en impactos por encima del límite balístico. Asimismo, la importancia de un modo u otro de absorción de la energía de impacto varía considerablemente con el ángulo de impacto, aumentando la energía absorbida por la compresión del laminado y disminuyendo la absorbida por la transferencia de momento lineal conforme el ángulo de impacto crece.

El análisis del impacto de fragmentos deformables contra laminados ha sido menos estudiado, y aunque en el año 1973 L. Friedich y J. L. Preston [29] emplearon un proyectil de hielo, hasta finales del siglo XX no se encuentran trabajos muy relevantes [46–49]. En el año 2003,

Kim et al. [47] realizaron impactos de esferas de hielo de diferentes diámetros y a diferentes velocidades contra laminados de CFRP. En función de la velocidad y la energía del impacto identificaron los diferentes tipos de daño que aparecían.

En el año 2012, Rhymer et al. [50] investigaron la tolerancia al daño de laminados de CFRP con una capa superpuesta de fibra de vidrio (GFRP), impactando de forma sucesiva esferas de hielo sobre las placas hasta que se detectara daño. De esta forma, determinaron el umbral de energía que eran capaces de absorber los laminados antes de dañarse, en concreto antes de producirse delaminaciones.

En el año 2016, J. Pernas-Sánchez et al. [48] analizaron el comportamiento de laminados de CFRP de dos espesores diferentes sometidos a impactos de esferas de hielo de dos diámetros diferentes a velocidades máximas de 250 m/s. Analizaron el desplazamiento fuera del plano de la zona de impacto y las delaminaciones producidas, analizando la influencia del espesor del laminado y del diámetro de las esferas. Tanto de este estudio como de los anteriormente citados se puede concluir que los impactos de hielo sobre laminados produce principalmente daño por delaminación, y en casos de espesores delgados de laminados puede aparecer aplastamiento de la matriz e incluso rotura de fibras [51].

Respecto al impacto de otro tipo de fragmentos deformables como por ejemplo el impacto de pájaro ("bird strike"), el número de publicaciones científicas es realmente reducido. Destaca el trabajo de Kermanidis et al. [49] en el que se propone un nuevo diseño para la estructura del borde de ataque capaz de resistir el impacto de pájaro.

Compresión en el plano de materiales compuestos laminados

Tal y como se ha mencionado anteriormente, los estudios más cercanos al realizado en esta tesis analizan la compresión en el plano de laminados de material compuesto. Dentro de estos estudios existen dos tipos de trabajo mayoritarios: algunos autores realizan compresión en el plano de laminados a diferentes velocidades de deformación para estudiar la variación de diferentes propiedades del material como sus resistencias o los módulos de elasticidad; otros analizan la compresión de tubos con paredes fabricadas con laminados en régimen dinámico para analizar la energía absorbida en el proceso.

Respecto a los primeros, numerosos investigadores han estudiado el comportamiento de los

materiales compuestos laminados bajo tracción y compresión a diferentes velocidades de deformación, realizando ensayos cuasi-estáticos y ensayos a alta velocidades de deformación empleando una barra Hopkinson. En el año 1986, Kumar et al. [52] realizaron ensayos de compresión sobre laminados unidireccionales de fibra de vidrio y matriz epoxi con diferentes orientaciones. De esta forma, obtuvieron que la resistencia a compresión del laminado aumentaba en un porcentaje cercano al 100 % en los especímenes con las fibras orientadas a 0 grados. Además, observaron que el fallo predominante en dichos especímenes era el pandeo y rotura de fibras. En orientaciones a partir de 10 grados el fallo se debía a la aparición de bandas de cortadura. En el año 1991, Lankford [53] realizó ensayos de compresión de laminados unidireccionales de fibra de carbono AS4 y matriz PEEK con diferentes velocidades de deformación entre 10^{-5} y 5000 s^{-1} . Observaron que hasta velocidades de deformación de 1000 s^{-1} la resistencia a compresión aumentaba de forma lineal con la velocidad de deformación. Sin embargo, a partir de 1000 s^{-1} la resistencia aumentaba bruscamente. Respecto a los modos de fallo, hasta 1000 s^{-1} el pandeo y rotura de fibras era el modo predominante, y a partir de 1000 s^{-1} no pudieron determinar el modo predominante debido al grave daño sufrido por las probetas.

En el año 1999, Yuan et al. [54] estudiaron la influencia de la velocidad de deformación en la resistencia a compresión de laminados unidireccionales de fibra de vidrio o carbono y matriz epoxi con diferentes orientaciones. Sus resultados también muestran la influencia de la velocidad de deformación en la resistencia a compresión. Asimismo, el modo de fallo predominante fue el pandeo y rotura de fibras.

En el año 2005, Qida Bing y C.T. Sun [55] estudiaron también la dependencia de la resistencia a compresión con la velocidad de deformación de un laminado unidireccional de carbono/epoxi AS4/3501-6 mediante la realización de ensayos con fragmentos rectangulares del laminado de diferentes orientaciones. Emplearon una técnica nueva para la realización de los ensayos que consistía en aplicar un baño de titanio a los extremos de las probetas para evitar el contacto directo entre las fibras y las superficies de carga, eliminando la fricción de dicho contacto y consiguiendo un estado uniforme de tensión, incluyendo las tensiones tangenciales inducidas por las diferentes orientaciones de las fibras de las probetas. Realizaron ensayos con probetas bañadas y sin baño, y a partir de los datos obtenidos desarrollaron dos modelos sensibles a la velocidad de deformación para obtener la resistencia a compresión. Los valores de las resistencias a compresión obtenidos con uno u otro modelo resultaron ser cercanos, aunque cuando aumenta el

ángulo de orientación de las fibras recomiendan bañar las probetas.

En el año 2010, Koerber et al. [56] realizaron ensayos de compresión y cortadura en el plano variando la velocidad de deformación para investigar el efecto de esta última en varias propiedades mecánicas de laminados unidireccionales de fibra de carbono IM7 y matriz epoxi 8552. Para obtener las deformaciones en los ensayos de cortadura emplearon la correlación digital de imágenes. Al igual que el resto de trabajos citados, analizaron la dependencia de las propiedades mecánicas con la velocidad de deformación, pero además, compararon sus resultados experimentales con las curvas de fallo obtenidas con el criterio de Puck, obteniéndose resultados precisos con dicho criterio.

En el año 2016, X. Li et al. [57] analizaron la influencia de la velocidad de deformación en las propiedades mecánicas mediante ensayos de tracción y compresión de laminados de tipo tejido variando la velocidad de deformación. Al contrario que en materiales laminados con fibras largas, la resistencia a compresión no aumenta tanto con la velocidad de deformación, en cambio la resistencia a tracción sí aumenta considerablemente.

Respecto a los segundos trabajos, los trabajos más relevantes que analizan la compresión de tubos de paredes de CFRP son los realizados por Mamalis et al. [58,59] en los años 2005 y 2006. En el primero de ellos, fabricaron tubos con tres diferentes secuencias de apilamiento y contenido de fibras en volumen, y estudiaron la compresión estática y dinámica de ellos analizando cómo colapsaban, las curvas carga-desplazamiento, la carga máxima y media a compresión soportada y la energía absorbida durante la compresión, así como la influencia de la geometría del tubo (longitud, relación de aspecto y espesor de pared) y la velocidad de deformación.

En el segundo trabajo, llevaron a cabo una serie de simulaciones numéricas en el software comercial de elementos finitos LS-DYNA3D para analizar numéricamente la compresión estática y dinámica de tubos con las mismas características que los ensayados experimentalmente en su trabajo previo, obteniendo resultados muy similares a los experimentales en los modos de colapso de los tubos, en la máxima carga a compresión que soportan y en la energía absorbida durante la compresión.

2.4. Modelización numérica de materiales compuestos

La modelización numérica de materiales compuestos, en concreto de los materiales compuestos laminados, ha experimentado un importante auge en los últimos años debido a su extendido uso y al gran coste que supone realizar ensayos experimentales con estos materiales. Eliminar, en parte, la necesidad de ensayos experimentales es uno de los objetivos de la industria aeronáutica, y para ello es necesario disponer de modelos numéricos que reproduzcan lo más fielmente posible el comportamiento de los materiales compuestos laminados. Existen numerosos modelos numéricos desarrollados, y gran parte ellos reproducen el fallo intralaminar de estos materiales, tanto en laminados unidireccionales [60–66] como tipo tejido [40, 67, 68]. Respecto al fallo interlaminar, también se han desarrollado bastantes modelos [6, 40, 69], y pueden aplicarse independientemente del tipo de laminado, unidireccional o tejido.

Debido al gran número de teorías y modelos de fallo para estos materiales, a principios de los noventa en un encuentro de expertos en St Albans (Reino Unido), se planteó la necesidad de evaluar los modelos de predicción del fallo existentes para materiales compuestos laminados de matriz polimérica. De esta necesidad surgió el primer ejercicio llamado "World Wide Failure Exercise" (WWFE) [70]. Los principales objetivos de este encuentro fueron:

- Establecer el nivel de madurez de las teorías existentes para predecir el fallo de laminados de matriz polimérica (FRP).
- Eliminar el espacio existente entre los ingenieros teóricos y los ingenieros de diseño.
- Estimular a la comunidad investigadora de materiales compuestos para proveer de mejores herramientas a ingenieros de diseño para predecir correctamente el fallo de los FRP.

El resultado de este ejercicio fue que se presentaron quince diferentes teorías de predicción de fallo, las cuales se emplearon para comparar sus resultados con unos experimentales suministrados por la organización del encuentro. Las teorías presentadas en esta primera edición del WWFE tenían una importante limitación, y es que solamente eran válidas para casos de carga bidimensionales, y además no se incluyó ningún modelo basado en la metodología del daño continuo, todos los modelos tratados eran modelos de daño desacoplados o "ply discount" (una vez se cumple algún criterio de fallo el material se daña totalmente) por lo que no tenían en cuenta el daño sub-crítico previo al fallo total de los materiales compuestos laminados.

La necesidad de continuar mejorando los criterios de fallo para laminados de matriz polimérica llevó a los autores del primer encuentro a organizar el "Second World Wide Failure Exercise". Este segundo ejercicio se desarrolló principalmente para evaluar las distintas teorías de fallo existentes bajo cargas tridimensionales, siguiendo la misma filosofía del primer ejercicio: cada grupo/autor explica su teoría de fallo, se comparan los resultados de dichas teorías y los casos experimentales suministrados por la organización y se exponen los resultados de dichas comparaciones. Un dato importante a destacar es que prácticamente la totalidad de los modelos presentados (todos menos el modelo que emplea la teoría de fallo de Christensen [71]) contaban con degradación del material, (se basaban en la metodología del daño continuo al contrario que en el WWFE-I) de forma que se tenía en cuenta la capacidad de laminados multidireccionales de seguir soportando carga después del fallo inicial de éstos.

Ambos ejercicios (WWFE-I y WWFE-II) arrojaron resultados parecidos: pocas teorías obtuvieron correlaciones aceptables con los datos experimentales ($\pm 50\%$) en el 75 % de los experimentos. La principal contribución de estos dos primeros ejercicios fue el poder comparar todas las herramientas existentes bajo estados de carga bidimensionales en el primero y tridimensionales en el segundo ejercicio, y comprobar la madurez de los modelos presentados en este último.

El siguiente paso natural era continuar desarrollando las teorías del segundo ejercicio. Por ello, se ha organizado el "Third World Wide Failure Exercise", en el que los modelos ya bastante desarrollados presentados emplean un mejorado daño progresivo del laminado. Precisamente, el principal objetivo de este tercer ejercicio es comprobar la madurez de estos modelos de fallo capaces de modelar daño sub-crítico.

2.4.1. Modelos sin evolución del daño o desacoplados

En esta sección se detallan algunos de los modelos de daño desacoplados o sin evolución del daño tridimensionales más ampliamente utilizados:

Modelos de Tsai-Wu y de Tsai-Hill [72,73]

Estos modelos fueron de los primeros en desarrollarse, y proponen una única función polinómica basada en las tensiones (σ_{ij}) para definir cuándo se produce el fallo. Cuando sus criterios alcanzan la unidad se produce la pérdida de capacidad resistente del material. No diferencian entre el

fallo de fibras y de matriz y están basados en el fallo dúctil de materiales ortótropos. Tanto en el criterio de fallo de Tsai-Hill (ecuación 2.1) como en el propuesto por Tsai-Wu (ecuación 2.2) aparecen diferentes coeficientes que representan las tensiones de rotura del laminado (X, Y, S_{12}) o funciones de ellas (F_{ij}).

- Modelo de Tsai-Hill en 3D:

$$I_f = \frac{\sigma_{11}^2}{X^2} + \frac{\sigma_{22}^2}{Y^2} + \frac{\sigma_{33}^2}{Z^2} - \sigma_{11}\sigma_{22}\left(\frac{1}{X^2} + \frac{1}{Y^2} - \frac{1}{Z^2}\right) - \sigma_{11}\sigma_{33}\left(\frac{1}{X^2} - \frac{1}{Y^2} + \frac{1}{Z^2}\right) - \sigma_{22}\sigma_{33}\left(-\frac{1}{X^2} + \frac{1}{Y^2} + \frac{1}{Z^2}\right) + \frac{\sigma_{12}^2}{S_{12}^2} + \frac{\sigma_{13}^2}{S_{13}^2} + \frac{\sigma_{23}^2}{S_{23}^2} \quad (2.1)$$

Donde X, Y y Z son, respectivamente, las tensiones de rotura en dirección paralela y perpendicular, en dos direcciones, a las fibras; S_{12}, S_{13} y S_{23} son las resistencias a cortadura en los diferentes planos de la lámina.

- Modelo de Tsai-Wu en 3D:

$$I_f = F_1\sigma_{11} + F_2\sigma_{22} + F_3\sigma_{33} + F_{11}\sigma_{11}^2 + F_{22}\sigma_{22}^2 + F_{33}\sigma_{33}^2 + F_4\sigma_{23} + F_5\sigma_{13} + F_6\sigma_{12} + F_{44}\sigma_{23}^2 + F_{55}\sigma_{13}^2 + F_{66}\sigma_{12}^2 + 2F_{12}\sigma_{11}\sigma_{22} + 2F_{13}\sigma_{11}\sigma_{33} + 2F_{23}\sigma_{22}\sigma_{33} \quad (2.2)$$

En este criterio en lugar de aparecer las tensiones de rotura explícitamente, aparecen funciones de ellas (F_{ij}), las cuales difieren según sea el estado de carga, a compresión o a tracción.

La principal diferencia entre ambos modelos es la diferenciación que realiza el de Tsai-Wu entre estados de tracción y de compresión.

Modelo de Hashin 3D

El modelo original propuesto por Hashin-Rotem [60] se desarrolló con el fin de simular el comportamiento de los materiales compuestos ante cargas cíclicas de tracción. Posteriormente, Z. Hashin [74] amplió el modelo para tener en cuenta diferentes mecanismos de fallo relacionados con la compresión. En este modelo, al contrario de Tsai-Hill y Tsai-Wu, se distingue entre el fallo de la matriz y el fallo de las fibras. Además, se parte de la consideración de que el fallo de la matriz se produce de manera frágil, por lo que es necesario basarse en el criterio de Mohr-Coulomb para determinar el plano de fractura, y no usar criterios basados en una rotura dúctil del material, como lo hacen los criterios de Tsai-Hill y Tsai-Wu. El criterio formula diferentes funciones basadas en tensiones para cada uno de los mecanismos que originan el fallo:

- Rotura de fibras a tracción: $\sigma_{11} > 0$

$$e_{ft} = \left(\frac{\sigma_{11}}{X_T} \right)^2 + \frac{\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2}{S_{12}^2} \quad (2.3)$$

donde X_T es la resistencia a tracción en la dirección de las fibras, y S_{12} es la resistencia a cortadura en el plano de la lámina. Este criterio es una extensión del de tensión máxima, al cual se ha incluido la contribución de la cortadura en el plano del laminado.

- Rotura de fibras a compresión: $\sigma_{11} < 0$

$$e_{fc} = \frac{|\sigma_{11}|}{X_C} \quad (2.4)$$

donde X_C es la resistencia a compresión en dirección de las fibras

- Rotura de matriz a tracción: $(\sigma_{22} + \sigma_{33}) > 0$

$$e_{mt} = \left(\frac{\sigma_{22} + \sigma_{33}}{Y_T} \right)^2 + \frac{\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2}{S_{12}^2} + \frac{\sigma_{23}^2 - \sigma_{22}\sigma_{33}}{S_{23}^2} \quad (2.5)$$

siendo Y_T la resistencia del laminado a tracción en dirección perpendicular a las fibras y S_{23} es la resistencia a cortadura en el plano 23 de la lámina.

- Rotura de matriz a compresión: $(\sigma_{22} + \sigma_{33}) < 0$

$$e_{mc} = \left[\left(\frac{Y_C}{2S_{23}} \right)^2 - 1 \right] \frac{\sigma_{22} + \sigma_{33}}{Y_C} + \left(\frac{\sigma_{22} + \sigma_{33}}{2S_{23}} \right)^2 + \frac{\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2}{S_{12}^2} + \frac{\sigma_{23}^2 - \sigma_{22}\sigma_{33}}{S_{23}^2} \quad (2.6)$$

donde Y_C es la resistencia del laminado ante cargas de compresión en dirección perpendicular a las fibras.

De acuerdo con este modelo, el material es elástico ortótropo hasta el fallo ($e_i = 1$), tras el cual pierde la capacidad resistente en la dirección de la tensión predominante en cada mecanismo de fallo.

Modelo de Puck [62, 63]

Este modelo, al igual que el criterio de Hashin, propone diferentes ecuaciones para cada uno de los modos de fallo contemplados, en este caso fallo de las fibras y fallo de la matriz, tanto a tensión como a compresión. La principal aportación de éste fue su precisa modelización del fallo

de la matriz. En el criterio 2-D Puck consideró tres modos de fallo diferentes, y cada uno de ellos asociado a un ángulo de fractura. En el modelo tridimensional, la expresión para el ángulo de fractura es:

$$\theta_f = \frac{1}{2} \cos^{-1} \left[\frac{-p_{\perp\perp}^c}{1 + p_{\perp\perp}^c} \right] \quad (2.7)$$

donde $p_{\perp\perp}^c$ es un parámetro de inclinación cuyo valor recomendado en función del material empleado puede consultarse en la tesis de Matthias Deuschle [75]. Este ángulo de fractura se utiliza para calcular las tensiones sobre el plano de acción ($\theta = \theta_f$) (ecuación 2.8):

$$\begin{aligned} \sigma_n(\theta) &= \sigma_2 \cdot \cos^2 \theta + \sigma_3 \cdot \sin^2 \theta + 2\tau_{23} \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta \\ \tau_{nt}(\theta) &= \sigma_3 \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta - \sigma_2 \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta + \tau_{23} \cdot (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \\ \tau_{nl}(\theta) &= \tau_{31} \cdot \sin \theta + \tau_{21} \cdot \cos \theta \end{aligned} \quad (2.8)$$

El caso de carga más común es aquel en el que las tres tensiones, σ_n, τ_{nt} y τ_{nl} , actúan a la vez en el plano de fractura. Habrá diferentes combinaciones y la diferencia sustancial entre ellas vendrá determinada por el signo algebraico de la tensión σ_n . Si dicha tensión es positiva se evalúa la expresión 2.9 mientras que si es negativa, debe evaluarse la expresión 2.10:

$$\blacksquare \sigma_n \geq 0$$

$$f_{IFF}(\theta) = \sqrt{\left(\frac{\tau_{nt}(\theta)}{R_{\perp\perp}^A}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{nl}(\theta)}{R_{\perp\parallel}}\right)^2 + \left[\left(\frac{1}{R_{\perp}^t} - \frac{p_{\perp\psi}^t}{R_{\perp\psi}^A}\right) \sigma_n(\theta)\right]^2} + \frac{p_{\perp\psi}^t}{R_{\perp\psi}^A} \sigma_n(\theta) \quad (2.9)$$

$$\blacksquare \sigma_n < 0$$

$$f_{IFF}(\theta) = \sqrt{\left(\frac{\tau_{nt}(\theta)}{R_{\perp\perp}^A}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{nl}(\theta)}{R_{\perp\parallel}}\right)^2 + \left(\frac{p_{\perp\psi}^c}{R_{\perp\psi}^A} \sigma_n(\theta)\right)^2} + \frac{p_{\perp\psi}^c}{R_{\perp\psi}^A} \sigma_n(\theta) \quad (2.10)$$

con

$$\frac{p_{\perp\psi}^{t,c}}{R_{\perp\psi}^A} = \frac{p_{\perp\perp}^{t,c}}{R_{\perp\perp}^A} \cos^2 \psi + \frac{p_{\perp\parallel}^{t,c}}{R_{\perp\parallel}} \sin^2 \psi \quad (2.11)$$

y

$$R_{\perp\perp}^A = \frac{R_{\perp}^c}{2(1 + p_{\perp\perp}^c)} \quad (2.12)$$

donde R_{\perp}^c es la resistencia a compresión del material en dirección perpendicular a las fibras; $p_{\perp\perp}^t, p_{\perp\parallel}^{t,c}$ son parámetros de inclinación de diferentes curvas de los criterios cuyos valores recomendados pueden consultarse en la tesis de Matthias Deuschle [75]; R_{\perp}^t es la resistencia a

tracción del material en dirección perpendicular a las fibras; $R_{\perp\parallel}$ es la resistencia del material a cortadura S_{12} ; θ es el ángulo del plano de acción; y ψ es el ángulo de la tensión resultante a cortadura en el plano de acción y se obtiene con:

$$\cos^2\psi = \frac{\tau_{nt}^2}{\tau_{nt}^2 + \tau_{nl}^2} \quad \sin^2\psi = \frac{\tau_{nl}^2}{\tau_{nt}^2 + \tau_{nl}^2} \quad (2.13)$$

Para el fallo en las fibras, se emplea la expresión:

$$f_{FF} = \frac{1}{\pm R_{\parallel}^{t,c}} \left[\sigma_1 - \left(\nu_{\perp\parallel} - \nu_{\perp\parallel f} \cdot m_{\sigma f} \frac{E_{\parallel}}{E_{\parallel f}} \right) (\sigma_2 + \sigma_3) \right] \quad (2.14)$$

$$\text{con} \quad \begin{cases} R_{\parallel}^t & \text{si } [...] \geq 0 \\ -R_{\parallel}^c & \text{si } [...] < 0 \end{cases}$$

donde $R_{\parallel}^{t,c}$ son las resistencias del material en dirección paralela a las fibras; $\nu_{\perp\parallel}$ es el coeficiente de Poisson del material en dirección 12; $\nu_{\perp\parallel f}$ es el coeficiente de Poisson de las fibras en dirección 12; $m_{\sigma f}$ es un factor de magnificación; E_{\parallel} es la rigidez del material en dirección paralela a las fibras; y $E_{\parallel f}$ es la rigidez longitudinal de las fibras.

Modelo de LaRC04 [65]

Se desarrolla a partir de un profundo estudio micromecánico de los procesos presentes en cada uno de los mecanismos de fallo para proponer los diferentes criterios para cada modo de fallo. Además, se incorpora el concepto de tensiones in situ, las cuales tienen en cuenta la variación de la resistencia de las láminas en función de su espesor. La otra aportación de este criterio fue establecer que la rotura a compresión de las fibras se debe al fenómeno de la desalineación de las láminas o ‘fiber kinking’. Los criterios de fallo propuestos son:

- Rotura de fibras a tracción:

$$\frac{\sigma_{11}}{X_T} = 1 \quad (2.15)$$

- Rotura de fibras a compresión (las tensiones están referidas al sistema de coordenadas de la banda de cortadura o ‘kink band’ que provoca este tipo de rotura, indicado por el subíndice m). Hay tres criterios según el estado tensional.

Para $\sigma_{2m2m} < 0$:

$$\frac{|\tau_{1m2m}|}{S_{is}^L - \eta^L \sigma_{2m2m}} = 1 \quad (2.16)$$

Para $\sigma_{1m1m} < 0$ y $\sigma_{2m2m} < 0$:

$$\left(\frac{\tau^{Tm}}{S^T - \eta^T \sigma_n^m} \right)^2 + \left(\frac{\tau^{Lm}}{S^T - \eta^L \sigma_n^m} \right)^2 = 1 \quad (2.17)$$

Para $\sigma_{2m2m} > 0$:

$$(1 - g) \frac{\sigma_{22}}{Y_{is}^T} + g \left(\frac{\sigma_{22}}{Y_{is}^T} \right)^2 + \frac{\Lambda_{23} \sigma_{23}^2 + \chi(\gamma_{12})}{\chi(\gamma_{12}^u_{is})} = 1 \quad (2.18)$$

siendo $g = \frac{\Lambda_{22}}{Y_{is}^T} \chi(\gamma_{12}^u_{is})$, $\Lambda_{22} = \Lambda_{23} = 2 \left(\frac{1}{E_{22}} - \frac{\nu_{21}^2}{E_{11}} \right)$, Y_{is}^T es la resistencia transversal in situ de la lámina y $\gamma_{12}^u_{is}$ es la deformación tangencial in situ de rotura en el plano de la lámina.

- Rotura de matriz a tracción:

$$(1 - g) \frac{\sigma_{22}}{Y_{is}^T} + g \left(\frac{\sigma_{22}}{Y_{is}^T} \right)^2 + \frac{\Lambda_{23} \sigma_{23}^2 + \chi(\gamma_{12})}{\chi(\gamma_{12}^u_{is})} = 1 \quad (2.19)$$

- Rotura de matriz a compresión:

$$\left(\frac{\tau^T}{S^T - \eta^T \sigma_n} \right)^2 + \left(\frac{\tau^L}{S^L - \eta^L \sigma_n} \right)^2 = 1 \quad (2.20)$$

donde S^L y S^T son las resistencias a cortadura longitudinal y transversal; $\chi(\gamma_{12})$ es la energía almacenada debida a la cortadura; $\chi(\gamma_{12}^u_{is})$ es la energía almacenada debida a la cortadura cuando se alcanza la deformación de rotura de la lámina $\gamma_{12}^u_{is}$; τ^T y τ^L son las tensiones tangenciales al plano de fractura, la primera de ellas trasversal a las fibras y la segunda paralela a las fibras; σ_n es la tensión perpendicular al plano de fractura; y η^T y η^L son las pendientes del criterio de Mohr-Coulomb correspondientes.

2.4.2. Modelos con evolución del daño o de daño continuo

En estructuras formadas por materiales compuestos laminados, no es suficiente utilizar criterios sin evolución del daño para describir correctamente el fallo del material, debido a la capacidad que tienen dichos materiales de acumular daño entre el comienzo del fallo y el colapso final de la estructura. Por ello, se recurre a los modelos de daño continuo, basados en la mecánica del daño continuo. Es una herramienta muy adecuada para describir el descenso progresivo de las propiedades elásticas de los laminados.

La forma más sencilla de describir el daño es utilizando una única variable escalar, como el modelo propuesto por Kachanov [76], primer autor en introducir el concepto de daño; aunque, debido a la naturaleza direccionada del daño en los materiales compuestos, en general se representa de manera tensorial. Después del pionero trabajo de Kachanov, se han desarrollado numerosos modelos que utilizan tanto tensores de segundo orden [77–82] como de cuarto orden [83–88] para describir el daño. Los tensores de segundo orden describen un material isótropo inicial y ortótropo cuando evoluciona el daño, mientras que los de cuarto orden eliminan cualquier tipo de simetría en los tensores, lo que se traduce en un método más general para simular el daño de estos materiales.

Escalas

Un aspecto importante de los modelos de daño continuo es la escala en la que se define el modelo. Se pueden distinguir tres escalas en los materiales compuestos:

- Microescala: es la escala en la que se utilizan las ecuaciones constitutivas de cada componente: matriz, fibra e interfase matriz-fibra. Cada componente por separado es analizado y posteriormente se obtiene el comportamiento del conjunto mediante alguna forma de homogenización. El objetivo de desarrollar modelos en esta escala es obtener las variables de estado del problema micro-mecánico y a partir de ellas determinar las del problema macro-mecánico.
 - Mesoescala: es la escala donde se pueden definir las ecuaciones constitutivas continuas para el análisis mecánico y donde los fenómenos de la microescala pueden ser promediados y tratados como continuos. En esta escala las láminas se consideran sólidos homogéneos, al contrario que en la microescala, y se utilizan propiedades del conjunto obtenidas a partir de ensayos simples de láminas aisladas. La mayoría de los modelos de daño se obtienen a partir de la termodinámica de los procesos irreversibles, pero es necesario definir previamente las variables internas y en general la termodinámica no es suficiente para definir las.
 - Macroescala: es la escala de las estructuras que se pretenden analizar.
-

Enfoques de interpretación del daño

Los modelos de daño continuo se basan en diferentes hipótesis para definir la transformación producida por el daño sobre el material. Una interpretación del daño continuo ampliamente utilizada por diferentes autores [10] consiste en definir un espacio ficticio no dañado que se obtiene a partir del campo de tensiones y deformaciones reales a través de una transformación. Las tensiones y deformaciones del espacio ficticio son las conocidas como efectivas. Para definir la transformación entre ambos espacios, ficticio no dañado y real dañado, existen diferentes métodos/hipótesis:

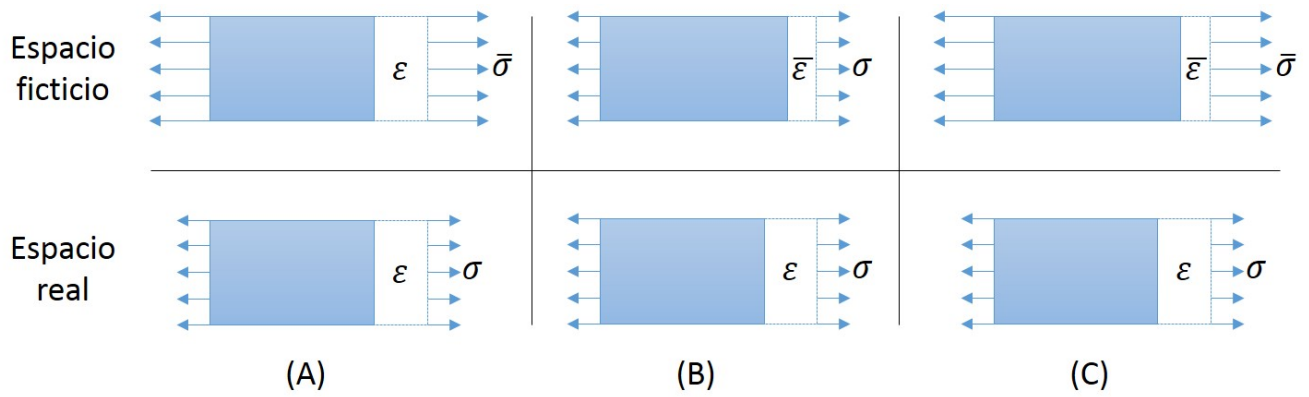


Figura 2.20: Principio de equivalencia de deformaciones (A), principio de equivalencia de tensiones (B) y principio de equivalencia de energía (C).

- **Principio de equivalencia de deformaciones (figura 2.20 (A)):** según este principio, la deformación de un estado real, bajo una tensión aplicada, es la misma deformación asociada con el estado ficticio no dañado bajo una tensión efectiva aplicada. Esta equivalencia implica que ambos espacios fallan en paralelo. Para transformar el tensor de tensiones nominal (σ) en el tensor de tensiones efectivas ($\bar{\sigma}$) se emplea un tensor de daño (M):

$$\bar{\sigma} = \mathbf{M}^{-1} : \sigma \quad (2.21)$$

donde el tensor de daño puede definirse, en notación de Voigt, como la matriz:

$$M = \begin{bmatrix} 1 - d_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 - d_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 - d_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 - d_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 - d_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 - d_6 \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

Para un caso unidimensional:

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{1 - d} \sigma \quad (2.23)$$

El modelo desarrollado en esta tesis se basa en este principio de interpretación del daño.

- **Principio de equivalencia de tensiones (figura 2.20 (B)):** según este otro enfoque, la tensión de un estado real bajo una deformación aplicada, es equivalente a la asociada con un estado ficticio bajo una deformación efectiva aplicada. Esta equivalencia implica que ambos espacios fallan en paralelo. Para obtener las deformaciones efectivas se emplea el mismo tensor que en el principio de equivalencia de deformaciones:

$$\bar{\epsilon} = \mathbf{M} : \epsilon \quad (2.24)$$

Para un caso unidimensional:

$$\bar{\epsilon} = (1 - d) \epsilon \quad (2.25)$$

- **Principio de equivalencia de energía (figura 2.20 (C)):** bajo este enfoque, la energía de deformación asociada con un estado real bajo una tensión aplicada es equivalente a la asociada con su estado ficticio no dañado equivalente. Con esta interpretación del daño, ni la tensión ni la deformación efectivas coinciden con las reales, y además, la densidad de energía elástica real y efectiva deben ser iguales, lo que arroja la relación constitutiva:

$$\sigma = (\mathbf{M} : \mathbf{C}_0 : \mathbf{M}) : \epsilon \quad (2.26)$$

Modelos numéricos

A continuación se detallan algunos modelos con evolución del daño o de daño continuo destacados entre los disponibles en la literatura.

■ Modelo de Matzenmiller et al. [77]

En este modelo numérico, el autor emplea como criterios de activación del daño el criterio de Hashin [60]. En cuanto a la interpretación del daño, el autor se basa en el principio de equivalencia de deformaciones para definir como operador del daño la matriz M :

$$M = \begin{bmatrix} \frac{1}{1-\omega_{11}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{1-\omega_{22}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{1-\omega_{12}} \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

donde ω_{11} , ω_{22} y ω_{12} son los parámetros de daño; los dos primeros, correspondientes al daño en fibras y matriz respectivamente, asumen diferentes valores para tensión o compresión, mientras que el parámetro correspondiente al daño tangencial no. El tensor de flexibilidad del modelo, escrito en notación de Voigt, es:

$$H = \begin{bmatrix} \frac{1}{(1-\omega_{11})E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_1} & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_2} & \frac{1}{(1-\omega_{22})E_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{(1-\omega_{12})G_{12}} \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

Y el tensor constitutivo, en notación de Voigt:

$$C(\omega) = \frac{1}{D} \begin{bmatrix} (1-\omega_{11})E_1 & (1-\omega_{11})(1-\omega_{22})\nu_{21}E_2 & 0 \\ (1-\omega_{11})(1-\omega_{22})\nu_{12}E_1 & (1-\omega_{22})E_2 & 0 \\ 0 & 0 & D(1-\omega_{12})G_{12} \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

donde:

$$D = 1 - (1-\omega_{11})(1-\omega_{22})\nu_{12}\nu_{21} \quad (2.30)$$

La evolución de los parámetros de daño ($\dot{\omega}_{11c,t}$, $\dot{\omega}_{22c,t}$ y $\dot{\omega}_{12}$) viene determinada por:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\omega}_{11c,t} \\ \dot{\omega}_{22c,t} \\ \dot{\omega}_{12} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \bar{\gamma}_{1c,t} \begin{bmatrix} \frac{\partial Q_1}{\partial Y_{1c,t}} \\ \frac{\partial Q_1}{\partial Y_{2c,t}} \\ \frac{\partial Q_1}{\partial Y_{12c,t}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial \varepsilon_{11}} & \frac{\partial g_1}{\partial \varepsilon_{22}} & \frac{\partial g_1}{\partial \varepsilon_{12}} \end{bmatrix} \\ \bar{\gamma}_{2c,t} \begin{bmatrix} \frac{\partial Q_2}{\partial Y_{1c,t}} \\ \frac{\partial Q_2}{\partial Y_{2c,t}} \\ \frac{\partial Q_2}{\partial Y_{12c,t}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial g_2}{\partial \varepsilon_{11}} & \frac{\partial g_2}{\partial \varepsilon_{22}} & \frac{\partial g_2}{\partial \varepsilon_{12}} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\varepsilon}_{11c,t} \\ \dot{\varepsilon}_{22c,t} \\ \dot{\varepsilon}_{12} \end{bmatrix} + \\ &+ \begin{bmatrix} \bar{\gamma}_{1c,t} \begin{bmatrix} \frac{\partial Q_2}{\partial Y_{1c,t}} \\ \frac{\partial Q_2}{\partial Y_{2c,t}} \\ \frac{\partial Q_2}{\partial Y_{12c,t}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial g_2}{\partial \varepsilon_{11}} & \frac{\partial g_2}{\partial \varepsilon_{22}} & \frac{\partial g_2}{\partial \varepsilon_{12}} \end{bmatrix} \\ \bar{\gamma}_{2c,t} \begin{bmatrix} \frac{\partial Q_1}{\partial Y_{1c,t}} \\ \frac{\partial Q_1}{\partial Y_{2c,t}} \\ \frac{\partial Q_1}{\partial Y_{12c,t}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial \varepsilon_{11}} & \frac{\partial g_1}{\partial \varepsilon_{22}} & \frac{\partial g_1}{\partial \varepsilon_{12}} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\varepsilon}_{11c,t} \\ \dot{\varepsilon}_{22c,t} \\ \dot{\varepsilon}_{12} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.31)$$

donde $\bar{\gamma}_{1c,t}$, $\bar{\gamma}_{2c,t}$ son funciones de crecimiento (Matzenmiller [77] propone unas expresiones en su artículo), Q_1 , Q_2 son potenciales de evolución, necesarios para determinar la dirección del daño (Matzenmiller [77] propone dos tipos, uno lineal y otro cuadrático), g_1 , g_2 son los criterios de activación del daño en dirección de las fibras y la matriz, respectivamente, y $Y_{1c,t}$, $Y_{2c,t}$, $Y_{12c,t}$ son las fuerzas termodinámicas conjugadas.

El modelo está desarrollado bajo un riguroso marco termodinámico y los parámetros de daño evolucionan de 0 a 1 desde el momento en el que se activa el daño.

■ Modelo de Barbero et al. [89, 90]

El modelo desarrollado por Ever J. Barbero emplea como activación del daño el criterio de Tsai-Wu [73], quien considera un único criterio de activación. Una vez se activa el daño, se utiliza la hipótesis del principio de equivalencia de energía para calcular las tensiones y deformaciones efectivas:

$$\begin{aligned} \bar{\sigma} &= \mathbf{M}^{-1} : \sigma \\ \bar{\varepsilon} &= \mathbf{M} : \varepsilon \end{aligned} \quad (2.32)$$

El modelo emplea la matriz de daño \mathbf{M} :

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1 - d_1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 - d_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{(1 - d_1)(1 - d_2)} \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

donde d_1 y d_2 son los parámetros del daño en las fibras y en la matriz, respectivamente.

El tensor constitutivo del modelo, en notación de Voigt, se obtiene como:

$$C_d = M C_0 M = \begin{bmatrix} (1-d_1)^2 \frac{E_1}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & (1-d_{1,2}) \frac{\nu_{21}E_1}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & 0 \\ (1-d_{1,2}) \frac{\nu_{12}E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & (1-d_2)^2 \frac{E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & 0 \\ 0 & 0 & (1-d_{1,2})G_{12} \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

con

$$(1-d_{1,2}) = (1-d_1)(1-d_2) \quad (2.35)$$

La evolución del tensor de los parámetros de daño viene dada por la expresión:

$$\dot{\mathbf{D}} = \mu \left[\frac{\mathbf{J} : \mathbf{Y}}{\sqrt{\mathbf{Y} : \mathbf{J} : \mathbf{Y}}} \right] \quad (2.36)$$

donde μ es un factor multiplicador del daño, \mathbf{J} es un tensor de constantes intermedias del material (cuyo proceso de obtención está descrito en [90]) e \mathbf{Y} es el tensor de las fuerzas termodinámicas, cuya expresión en notación de Voigt es:

$$Y = \begin{bmatrix} \frac{1}{1-d_1} \left(\frac{C_{11}^0}{(1-d_1)^2} \sigma_1^2 + \frac{C_{12}^0}{(1-d_1)(1-d_2)} \sigma_1 \sigma_2 + \frac{C_{33}^0}{(1-d_1)(1-d_2)} \sigma_{12}^2 \right) \\ \frac{1}{1-d_2} \left(\frac{C_{22}^0}{(1-d_2)^2} \sigma_2^2 + \frac{C_{12}^0}{(1-d_1)(1-d_2)} \sigma_1 \sigma_2 + \frac{C_{33}^0}{(1-d_1)(1-d_2)} \sigma_{12}^2 \right) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

Los parámetros de daño evolucionan desde 0 hasta unos valores críticos propuestos por el autor.

■ Modelo de Linde et al. [91]

El modelo desarrollado por el autor se emplea en las láminas de fibra de vidrio y epoxi de los materiales laminados con metal y fibras (FML). Estos materiales poseen láminas de fibra de vidrio y matriz epoxi y láminas de aluminio. El modelo para las láminas de fibra de vidrio y epoxi emplea dos criterios de iniciación del fallo basados en deformaciones, uno para las fibras:

$$f_f = \sqrt{\frac{\varepsilon_{11,t}}{\varepsilon_{11,c}} \varepsilon_{11}^2 + \left(\varepsilon_{11,t} - \frac{\varepsilon_{11,t}^2}{\varepsilon_{11,c}} \right) \varepsilon_{11}} \quad (2.38)$$

y otro para la matriz:

$$f_m = \sqrt{\frac{\varepsilon_{22,t}}{\varepsilon_{22,c}} \varepsilon_{22}^2 + \left(\varepsilon_{22,t} - \frac{\varepsilon_{22,t}^2}{\varepsilon_{22,c}} \right) \varepsilon_{22} + \left(\frac{\varepsilon_{22,t}}{\varepsilon_{12,s}} \right)^2 \varepsilon_{12}^2} \quad (2.39)$$

donde $\varepsilon_{11,t}$, $\varepsilon_{22,t}$, $\varepsilon_{11,c}$, $\varepsilon_{22,c}$ y $\varepsilon_{12,s}$ son las deformaciones últimas del material en dirección de las fibras y matriz, tanto a tracción como a compresión, y la deformación última en dirección tangencial. Cuando el criterio de fibras alcanza el valor de $\varepsilon_{11,t}$ o $\varepsilon_{11,c}$ se produce la iniciación del daño en dirección de las fibras a tracción o compresión. De manera idéntica ocurre en el caso de la matriz cuando se alcanza en su criterio el valor de $\varepsilon_{22,t}$ o $\varepsilon_{22,c}$. Una vez se inicia el fallo, se degrada el material en la dirección correspondiente mediante unas leyes de daño, en este caso dos, una para las fibras y otra para la matriz, que se introducen en el tensor constitutivo. Dichas leyes de daño son, para las fibras:

$$d_f = 1 - \frac{\varepsilon_{11,t}}{f_f} e^{(-C_{11}\varepsilon_{11,t}(f_f - \varepsilon_{11,t})/G_f)} \quad (2.40)$$

y para la matriz:

$$d_m = 1 - \frac{\varepsilon_{22,t}}{f_m} e^{(-C_{22}\varepsilon_{22,t}(f_m - \varepsilon_{22,t})/G_m)} \quad (2.41)$$

donde G_f y G_m son las energías de fractura de las fibras y de la matriz, respectivamente. C_{11} y C_{22} son componentes (sin dañar) del tensor constitutivo, que en notación de Voigt se expresa como la matriz:

$$C = \begin{bmatrix} (1-d_f)C_{11} & (1-d_{f,m})C_{12} & (1-d_f)C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & (1-d_m)C_{22} & (1-d_{f,m})C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & (1-d_{f,m})C_{44} & 0 & 0 \\ & sim & & & C_{55} & 0 \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

donde

$$\begin{aligned} (1-d_{f,m}) &= (1-d_f)(1-d_m); & \Delta &= 1 - \nu_{12}\nu_{21} - \nu_{23}\nu_{32} - \nu_{31}\nu_{13} - 2\nu_{21}\nu_{32}\nu_{13} \\ C_{11} &= \frac{E_1(1-\nu_{23}\nu_{32})}{\Delta}; & C_{22} &= \frac{E_2(1-\nu_{13}\nu_{31})}{\Delta}; & C_{33} &= \frac{E_3(1-\nu_{12}\nu_{21})}{\Delta} \\ C_{12} &= \frac{E_2(\nu_{12}-\nu_{13}\nu_{32})}{\Delta}; & C_{13} &= \frac{E_2(\nu_{13}-\nu_{12}\nu_{23})}{\Delta}; & C_{23} &= \frac{E_3(\nu_{23}-\nu_{21}\nu_{13})}{\Delta} \\ C_{44} &= G_{12}; & C_{55} &= G_{13}; & C_{66} &= G_{23} \end{aligned} \quad (2.43)$$

Las tensiones se calculan como:

$$\sigma = C \varepsilon \quad (2.44)$$

- **Modelo de Maimí et al. [10]** El modelo de daño continuo desarrollado por P.Maimí predice el inicio y la evolución de los mecanismos de fallo intralaminares de materiales compuestos laminados de matriz polimérica y fibras largas: tracción y compresión de las fibras y de la matriz. Dicho modelo se basa en la termodinámica de los procesos irreversibles, marco general para la formulación de modelos constitutivos.

Para la activación del daño se emplea el criterio de LaRC04 [65], y para su evolución se utilizan unos parámetros escalares de daño, presentes en la energía libre en el campo complementario, cuya expresión propuesta es:

$$G = \frac{\sigma_{11}^2}{2(1-d_1)E_1} + \frac{\sigma_{22}^2}{2(1-d_2)E_2} + \frac{\sigma_{12}^2}{2(1-d_6)G_{12}} - \frac{\nu_{12}}{E_1}\sigma_{11}\sigma_{22} + (\alpha_{11}\sigma_{11} + \alpha_{22}\sigma_{22})\Delta T + (\beta_{11}\sigma_{11} + \beta_{22}\sigma_{22})\Delta M \quad (2.45)$$

donde d_1 es el parámetro de daño en dirección longitudinal, d_2 es el parámetro de daño en dirección transversal, d_6 es el parámetro de daño en dirección tangencial, α_{11} y α_{22} son los coeficientes de expansión térmica en dirección longitudinal y transversal, β_{11} y β_{22} son los coeficientes de expansión higroscópica en dirección longitudinal y transversal, y ΔT y ΔM son las diferencias de temperatura y humedad respecto a los valores de referencia.

Para garantizar la irreversibilidad termodinámica de los procesos disipativos, el daño y la plasticidad, el incremento de energía libre complementaria \dot{G} menos el incremento de trabajo externo $\dot{\sigma} : \epsilon$ suministrado al sólido a deformación constante debe ser mayor o igual que 0:

$$\dot{G} - \dot{\sigma} : \epsilon \geq 0 \quad (2.46)$$

Expandiendo la expresión y considerando el régimen elástico lineal, el tensor de flexibilidad, en notación de Voigt, puede escribirse como la matriz:

$$H = \begin{bmatrix} \frac{1}{(1-d_1)E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{(1-d_2)E_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{(1-d_6)G_{12}} \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

El modelo tiene en cuenta la unilateralidad del daño (cierre de grietas al invertir el signo de las cargas) utilizando dos variables de daño asociadas con el daño transversal y dos más

asociadas con el longitudinal. En el daño a cortante no se tiene en cuenta este fenómeno. Para determinar qué variable se utiliza como parámetro del daño en el modelo, el autor emplea las siguientes expresiones, para el daño longitudinal:

$$d_1 = d_{1+} \frac{\langle \sigma_{11} \rangle}{|\sigma_{11}|} + d_{1-} \frac{\langle -\sigma_{11} \rangle}{|\sigma_{11}|} \quad (2.48)$$

y para el daño transversal:

$$d_2 = d_{2+} \frac{\langle \sigma_{22} \rangle}{|\sigma_{22}|} + d_{2-} \frac{\langle -\sigma_{22} \rangle}{|\sigma_{22}|} \quad (2.49)$$

donde d_{1+} y d_{1-} son las variables de daño para tracción y compresión en dirección de las fibras, d_{2+} y d_{2-} son las variables de daño para tracción y compresión en dirección de la matriz y $\langle \sigma \rangle$ es el operador de McCauley definido como $\langle \sigma_{11} \rangle = (\sigma + |\sigma|)/2$. En el modelo se proponen las siguientes leyes para la evolución de las variables del daño:

- Tracción longitudinal: se definen dos posibles leyes de evolución, una lineal y otra lineal-exponencial, siendo esta última la que obtiene una respuesta más realista [92].

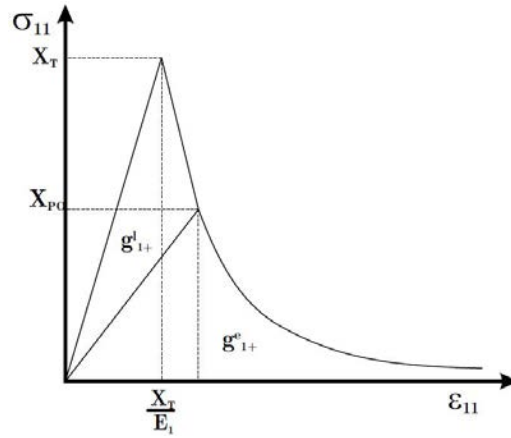


Figura 2.21: Relación constitutiva a tracción longitudinal [10].

La primera respuesta lineal produce una fuerte reducción de la tensión soportada hasta un valor de referencia a partir del cual la degradación de la tensión es exponencial (ver figura 2.21). Las expresiones para la ley de daño son:

$$\begin{aligned} d_{1+} &= 1 + \frac{K_1}{E_1} - \frac{K_1 + E_1}{E_1 r_{L+}} & si \quad r_{L+} \leq r_{L+}^F \\ d_{1+} &= 1 - (1 - d_{1+}^F) \frac{r_{L+}^F}{r_{L+}} \exp \left[A_{1+} \left(1 - \frac{r_{L+}}{r_{L+}^F} \right) \right] & si \quad r_{L+} \geq r_{L+}^F \end{aligned} \quad (2.50)$$

donde r_{L+} y r_{L+}^F son unos parámetros detallados en [10].

- Compresión longitudinal: la ley de evolución propuesta es:

$$d_{1-} = 1 - (1 - d_{1-}^*)(1 - A_1^\pm d_{1+}) \quad (2.51)$$

donde

$$d_{1-}^* = 1 - \frac{1}{r_{L-}} \exp(A_{1-}(1 - r_{L-})) \quad (2.52)$$

donde el parámetro r_{L-} también puede obtenerse de [10].

- Tracción transversal: se emplea una ley de evolución exponencial:

$$d_{2+} = 1 - \frac{1}{f(r_{T+})} \exp[A_{2+}(1 - f(r_{T+}))] \quad (2.53)$$

donde

$$f(r_{T+}) = \frac{1}{2g_{2+}} \left(g_{2+} - 1 + \sqrt{(1 - g_{2+})^2 + 4g_{2+}r_{T+}^2} \right) \quad (2.54)$$

donde el parámetro r_{T+} también puede obtenerse de [10].

- Compresión transversal: al igual que en tracción, se emplea una ley exponencial:

$$d_{2-} = 1 - \frac{1}{r_{T-}} \exp[A_{2-}(1 - r_{T-})] \quad (2.55)$$

donde el parámetro r_{T-} también puede obtenerse de [10].

- Cortante en el plano: la expresión de la última variable de daño es:

$$d_6 = 1 - (1 - d_6^*)(1 - d_{1+}) \quad (2.56)$$

donde

$$d_6^* = 1 - \frac{1}{r_{T+}} \exp(A_6(1 - r_{T+})) \quad (2.57)$$

Capítulo 3

Metodología experimental

3.1. Introducción

En este capítulo se detallan los ensayos experimentales realizados en la presente tesis, llevados a cabo en el grupo de investigación Dinámica de Estructuras Ligeras empleando las instalaciones para impactos de alta velocidad del departamento de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras de la Universidad Carlos III de Madrid.

Los ensayos consistieron en la realización de impactos perpendiculares de fragmentos rectangulares de CFRP contra una placa rígida. Como ya se ha mencionado anteriormente, no existen trabajos similares previos, por lo que se ha desarrollado una nueva metodología experimental para llevarlos a cabo.

En este capítulo se incluyen tres partes diferenciadas: una primera en la que se detalla el material compuesto laminado empleado; una segunda en la que se detallan los dispositivos experimentales utilizados; y una tercera y última parte en la que explica el procedimiento de los ensayos y la adquisición de los datos necesarios para el análisis del impacto de los fragmentos.

3.2. Material compuesto empleado en los ensayos

El material compuesto laminado empleado en esta tesis se obtuvo a partir de unas placas de $300 \times 300 \text{ mm} \times \text{mm}$ (figura 3.1). Dicho laminado está constituido a partir de láminas unidireccionales de fibras largas de carbono AS4 en matriz polimérica epoxy 8552, y ha sido fabricado por el Instituto Nacional de Técnica Aeroespacial (INTA) a partir de láminas pre-

impregnadas suministradas por Hexcel Composites.



Figura 3.1: Laminado de fibra de carbono - matriz epoxy.

Se fabricaron placas con dos espesores y secuencias de apilamiento diferentes (tabla 3.1); en ambos casos se trata de secuencias comunes en estructuras aeronáuticas.

Laminado	Secuencia de apilamiento	Espesor
21 Láminas	$(45/-45/90/0/90/-45/45/90/0/90/0)S'$	4 mm
32 Láminas	$(45/-45/90/0/90/-45/45/90/0/90/45/-45/90/90/-45/45)S$	6 mm

Tabla 3.1: Secuencia de apilado de los laminados empleados.

Dichas placas fueron cortadas en fragmentos de $100 \times 42 \text{ mm} \times \text{mm}$. Aunque sus dimensiones son pequeñas en relación con una estructura aeronáutica, el objetivo de obtener fragmentos con estas dimensiones es conseguir un impactador similar a un fragmento de material compuesto que pudiera desprenderse de un motor de rotor abierto, situación que será necesario estudiar en un futuro cuando se empleen motores de este tipo.



Figura 3.2: Corte por chorro de agua [11].

Para conseguir un corte preciso y un buen acabado se ha recurrido al corte por chorro de agua (figura 3.2), procedimiento recomendado para este tipo de material.

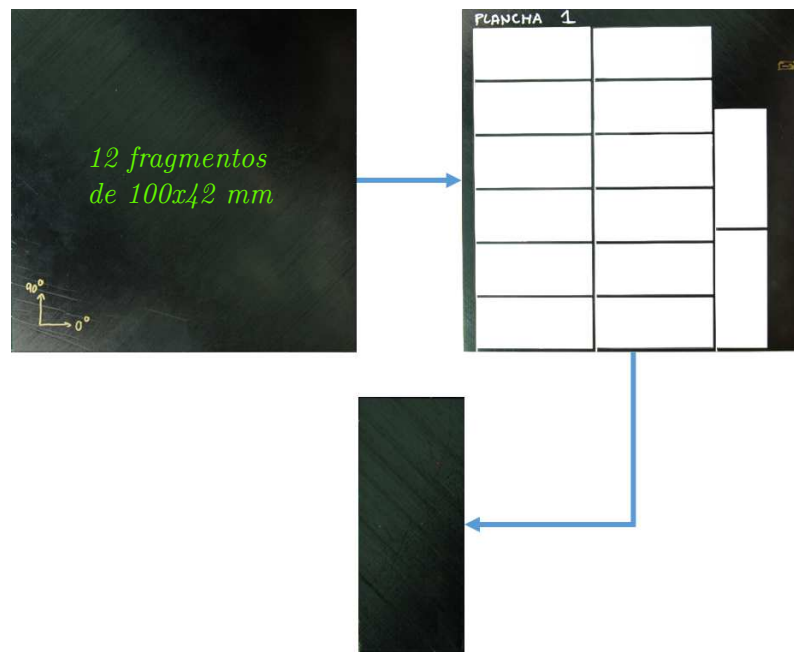


Figura 3.3: Fragmentos obtenidos a partir del laminado de fibra de carbono - matriz epoxy [11].

El resultado obtenido puede verse en la figura 3.3. De cada placa de material se obtuvieron 12 fragmentos con la dimensión mayor orientada a 0° y 2 fragmentos con la dimensión mayor orientada a 90° . En los ensayos se han empleado los fragmentos cuya dimensión mayor está orientada a 0° y se han impactado contra la placa rígida por el lado más corto.

3.3. Dispositivos experimentales

En los ensayos ha sido necesario utilizar una serie de dispositivos: un lanzador neumático de impulsión para acelerar los fragmentos, tres cámaras de alta velocidad y un sistema de iluminación para registrar los ensayos, una barrera láser para medir la velocidad de impacto de los fragmentos y unos cartuchos necesarios para, principalmente, asegurar el impacto perpendicular de los fragmentos contra la placa rígida. Todos estos dispositivos son detallados a continuación.

3.3.1. Lanzador neumático de impulsión y barrera láser

Uno de los dispositivos experimentales más importantes de la metodología experimental desarrollada es el lanzador neumático de impulsión, fabricado por la empresa VTI (figura 3.4), capaz de lanzar proyectiles de hasta 60 mm de diámetro. El equipo emplea aire a una presión máxima

de 6 bares para acelerar el proyectil. La velocidad de impacto del proyectil se varía modificando la presión del sistema de impulsión, que en los ensayos llevados a cabo se varió entre 100 y 1600 mbar.

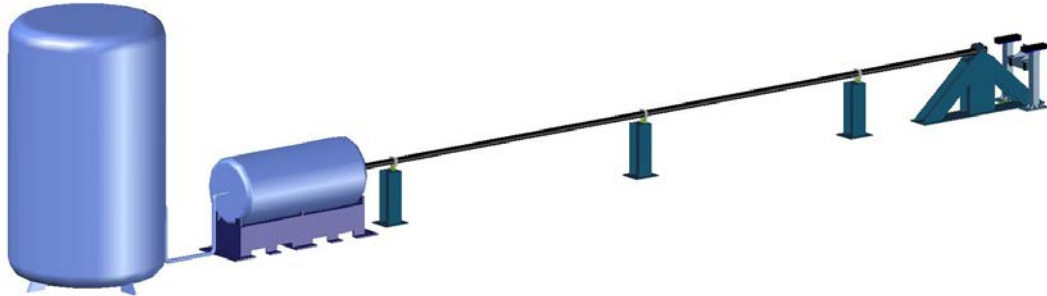


Figura 3.4: Sistema neumático de impulsión.

A la salida del cañón hay situada una barrera láser que es atravesada por el proyectil; esta barrera se compone de dos sensores que captan el paso del proyectil y envían una señal a un ordenador que calcula la velocidad de impacto del proyectil.

3.3.2. Cámaras de alta velocidad y sistema de iluminación

Los ensayos realizados en esta tesis han sido grabados por tres cámaras digitales de alta velocidad que han permitido, por un lado, confirmar la velocidad inicial del impacto proporcionada por los medidores láser y, por otro, obtener la evolución del desplazamiento del fragmento durante el impacto. El desplazamiento del fragmento es fundamental para obtener la deceleración sufrida por el mismo y la fuerza que produce su impacto.



Figura 3.5: Sistemas de grabación (a) e iluminación (b).

Se han empleado tres cámaras de la marca Photron: una del modelo Ultima APX-RS y dos

del modelo Fastcam SA-Z (figura 3.5 (a)). Todas ellas están controladas por un ordenador que permite ajustar sus parámetros para obtener un resultado óptimo. El sistema de iluminación empleado consiste en dos focos de iluminación modelo Arrisun 12 Plus con lámpara HMI (Hydrargyrum Medium Arc Iodide) de la marca Osram de 1200 W de potencia (figura 3.5 (b)), que ofrecen una gran intensidad constante de luz de forma que el vídeo esté correctamente iluminado en su totalidad.

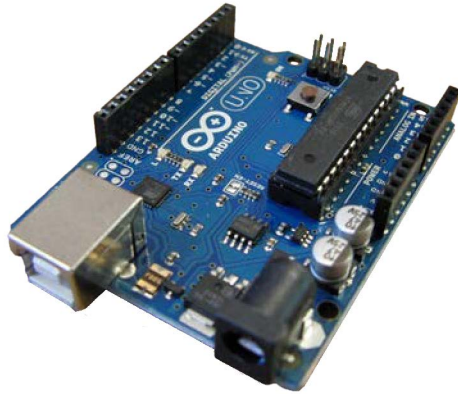


Figura 3.6: Placa de desarrollo Arduino.

La grabación del impacto de los fragmentos es una parte muy importante de los ensayos. Es necesario que las tres cámaras empleadas estén sincronizadas y comiencen a grabar en el momento preciso. Para sincronizar éstas, se ha programado una placa Arduino (figura 3.6) que envía la señal de disparo de dichas cámaras cuando el proyectil sale del cañón.

3.3.3. Cartuchos de lanzamiento

Para poder lanzar proyectiles de diámetro inferior a 60 mm o de diversas formas (como sucede con los fragmentos rectangulares en la presente tesis) es necesario emplear un cartucho para adaptar las características geométricas de los proyectiles al calibre del cañón. Éste debe ser lo más ligero posible para poder alcanzar altas velocidades de impacto y se debe poder separar fácilmente del fragmento de CFRP durante el vuelo antes de que este último impacte contra la placa rígida, y así no afecte en el impacto contra dicha placa. Además, también debe aislar el fragmento de cualquier rozamiento producido durante la aceleración en el interior del cañón y debe asegurar que el impacto del fragmento contra la placa rígida sea perpendicular a dicha

placa. Para cumplir con estas especificaciones requeridas se decidió utilizar la impresión en tres dimensiones con ácido poli-láctico (PLA) para fabricar los cartuchos. Para la fabricación de dichos cartuchos se empleó una impresora 3-D de la marca Bq modelo Hephestos-2. Para imprimir con este tipo de impresoras, el primer paso es realizar un modelo en cualquier software de diseño asistido por ordenador (CAD), como por ejemplo FreeCad, empleado en esta tesis.

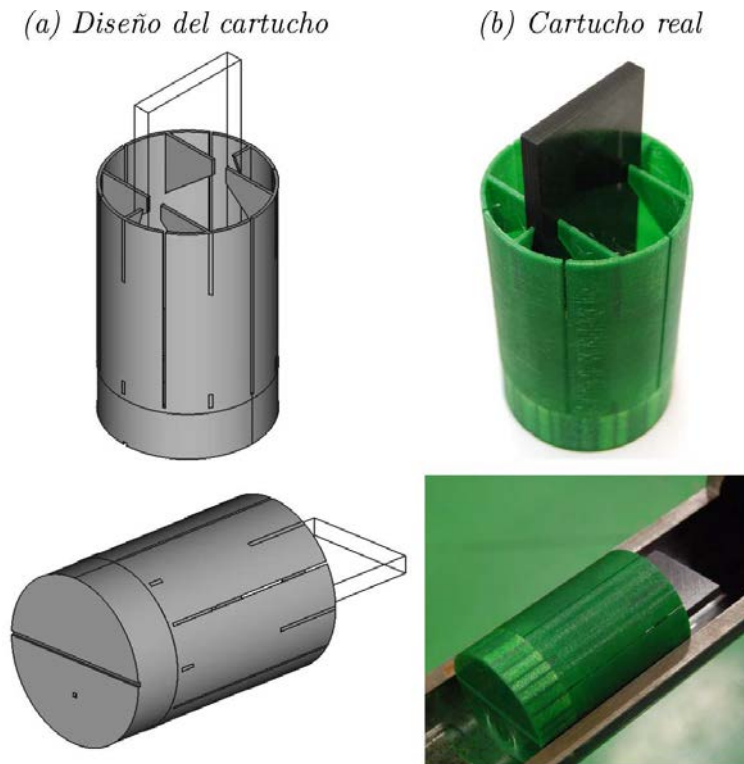


Figura 3.7: Cartucho para el lanzamiento de un fragmento de 6 mm de espesor.

En la figura 3.7 puede verse el diseño definitivo realizado por ordenador (a) y un cartucho impreso y colocado en el cañón (b), listo para ensayar. Hasta conseguir el diseño final del cartucho se diseñaron e imprimieron varios modelos previos de cartucho que no lograron un funcionamiento adecuado, bien porque se deterioraban a lo largo del cañón o porque los fragmentos no impactaban perpendicularmente a la placa rígida debido a la dificultad para separar los cartuchos de los fragmentos antes del impacto sobre la placa rígida. El cartucho debe ser lo más ligero posible pero también debe resistir el aire a presión del cañón que provoca su lanzamiento; los fragmentos deben poder ser introducidos y sacados con facilidad de los cartuchos para que cuando éstos se separen los fragmentos sigan su trayectoria perpendicular a la placa rígida.

3.3.4. Retenedor de cartucho

El último dispositivo experimental descrito es fundamental para asegurar que el cartucho sobre el que van alojados los fragmentos no impacte contra la placa rígida y que el impacto del fragmento sea perpendicular a dicha placa.

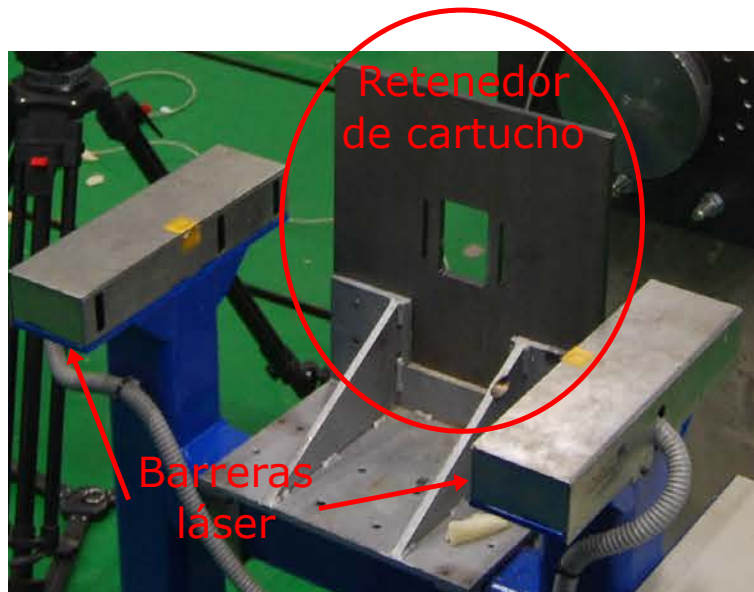


Figura 3.8: Retenedor de cartucho.

En la figura 3.8 puede verse el retenedor de cartucho empleado en los ensayos experimentales, que consiste en una placa de acero con una apertura en el centro de tamaño suficiente para permitir el paso de los fragmentos de CFRP pero pequeña para permitir el paso de los cartuchos, consiguiendo detenerlos de forma que sólo impactan los fragmentos contra la placa rígida. Este dispositivo se encuentra justo después de las barreras láser. Una vez el cartucho con el fragmento dentro atraviesa los sensores láser, llega al retenedor de cartucho e impacta contra él, dejando pasar el fragmento libre a través de la apertura y deteniendo el cartucho para que no impacte contra la placa rígida.

3.4. Procedimiento de ensayo

El procedimiento seguido en los ensayos experimentales ha sido el mismo para los dos tipos de fragmentos empleados:

- Marcado del fragmento para su análisis con los vídeos. Se han colocado diversas marcas y adhesivos sobre los fragmentos para facilitar la adquisición del desplazamiento y la velocidad del fragmento a través del seguimiento en el vídeo de estas marcas.

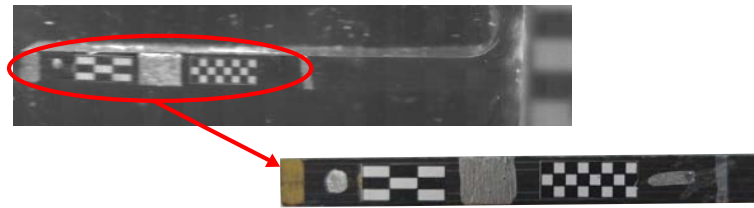


Figura 3.9: Marcas y adhesivos colocados en los fragmentos.

En la figura 3.9 pueden verse las marcas y los adhesivos utilizados en un fragmento de 6 mm de espesor. Se diseñaron dos tipos diferentes de adhesivos y se realizaron marcas rectangulares, circulares y en forma de líneas. Para obtener el desplazamiento de los fragmentos se siguieron todas las marcas y adhesivos, comprobando que todas arrojaban desplazamientos muy similares. Para los fragmentos más delgados se utilizaron marcas similares y adhesivos idénticos adaptados al espesor de 4 mm.

- Introducción del cartucho en el cañón para asegurar que existe el mínimo rozamiento posible.
 - Colocación del fragmento dentro del cartucho. Se introduce el fragmento dentro del cartucho correspondiente y se comprueba que puede ser sacado del mismo con facilidad. Después, el conjunto cartucho-fragmento se introduce en el cañón y se procede al cierre de este último.
 - Por último, se escoge la presión de lanzamiento correspondiente para el ensayo y se procede a su ejecución.
-

3.4.1. Colocación de los dispositivos experimentales

Al igual que el procedimiento, la colocación y la configuración de los dispositivos experimentales fue exactamente la misma para todos los ensayos.

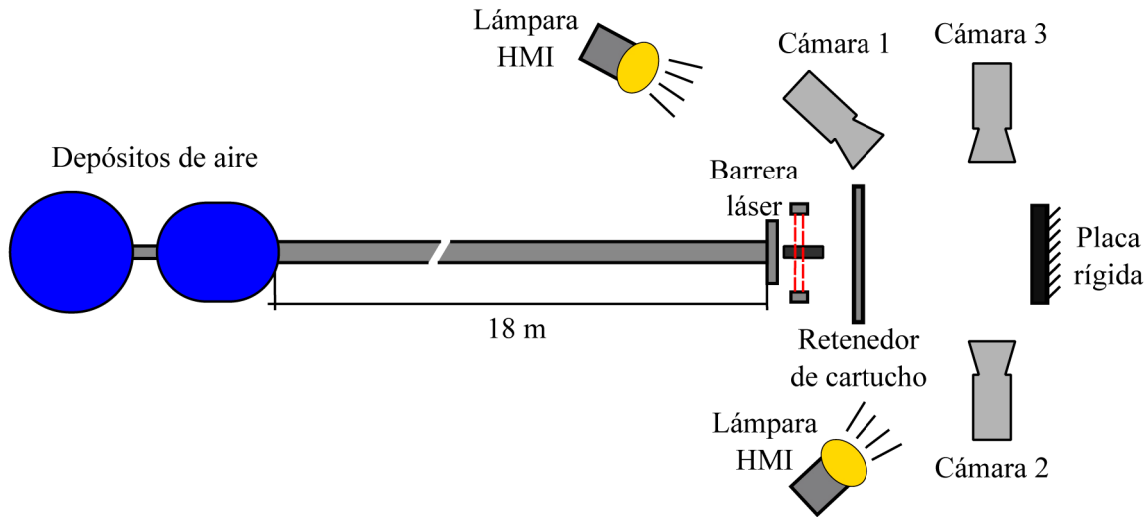


Figura 3.10: Esquema general de los ensayos.

En la figura 3.10 puede verse la colocación de todos los dispositivos. El cartucho con el fragmento abandona el cañón, atraviesa la barrera láser, llega al retenedor de cartucho, que es atravesado únicamente por el fragmento de CFRP para después impactar contra la placa rígida. Los equipos de iluminación, orientados hacia la zona de impacto y situados detrás de las cámaras, permiten que éstas graben con la visibilidad deseada.

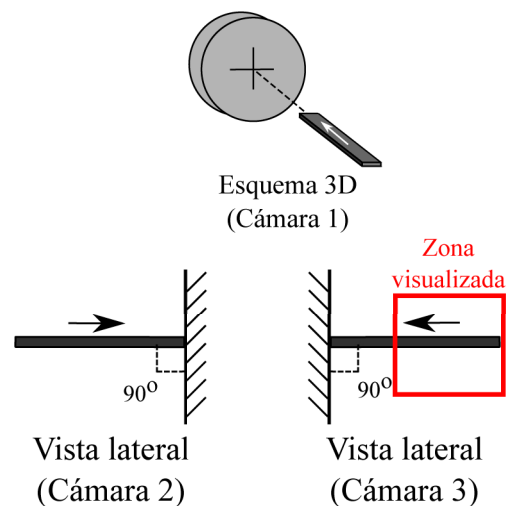


Figura 3.11: Vistas obtenidas por las cámaras.

Como ya se ha mencionado anteriormente, se han empleado tres cámaras de alta velocidad para grabar los ensayos y obtener diferentes vistas del impacto, representadas en la figura 3.11.

- La cámara 1 ofrece una visión general del impacto y su resolución es de 384×304 píxeles con una velocidad de captura de 20000 imágenes por segundo. Permite comprobar que el fragmento impacta perpendicular a la placa rígida.
- La cámara 2 está situada en perpendicular a la dirección de impacto y graba el fragmento entero durante el impacto contra la placa rígida. La resolución escogida para esta cámara es de 1024×184 píxeles con una velocidad de captura de 100000 imágenes por segundo. El vídeo obtenido con esta cámara es fundamental, ya que ha sido el empleado para obtener el desplazamiento de los fragmentos en todos los ensayos.
- La cámara 3 está situada también en perpendicular a la dirección de impacto, frente a la cámara 2. El objetivo de esta cámara es grabar la zona posterior del fragmento para comprobar, al igual que la cámara 1, que el fragmento impacta perpendicular a la placa rígida, aunque de manera más precisa, ya que se visualiza con mayor precisión el fragmento, permitiendo observar con mayor detalle la perpendicularidad del contacto. La resolución escogida para esta cámara es de 896×208 píxeles con una velocidad de captura de 100000 imágenes por segundo.

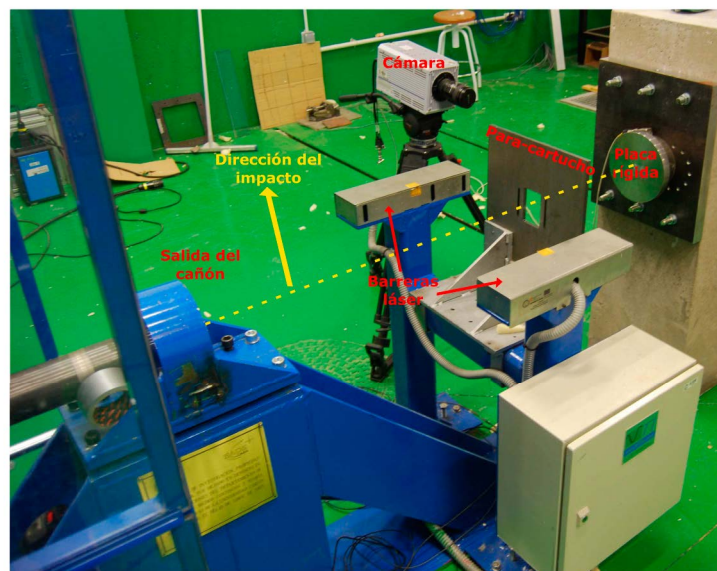


Figura 3.12: Zona de impacto de los fragmentos.

En la figura 3.12 puede verse la dirección del impacto, donde se aprecian los siguientes dispositivos experimentales: el tramo final del cañón, la barrera láser, el retenedor de cartucho, una de las cámaras de alta velocidad empleadas y la placa rígida sobre la que impactan los fragmentos. Tras la realización de los ensayos el siguiente paso es obtener los datos necesarios a partir de los vídeos grabados.

3.4.2. Adquisición de datos

La correcta adquisición de datos de los ensayos experimentales es una parte fundamental e imprescindible para poder extraer conclusiones del comportamiento de los fragmentos de CFRP. De todos los ensayos, en concreto de los vídeos de dichos ensayos, se obtienen dos datos:

- Velocidad de impacto, que se obtiene para confirmar la calculada por la barrera láser.
- Desplazamiento del fragmento, que, una vez tratado, se utiliza para calcular la fuerza transmitida por el impacto sobre la placa rígida.

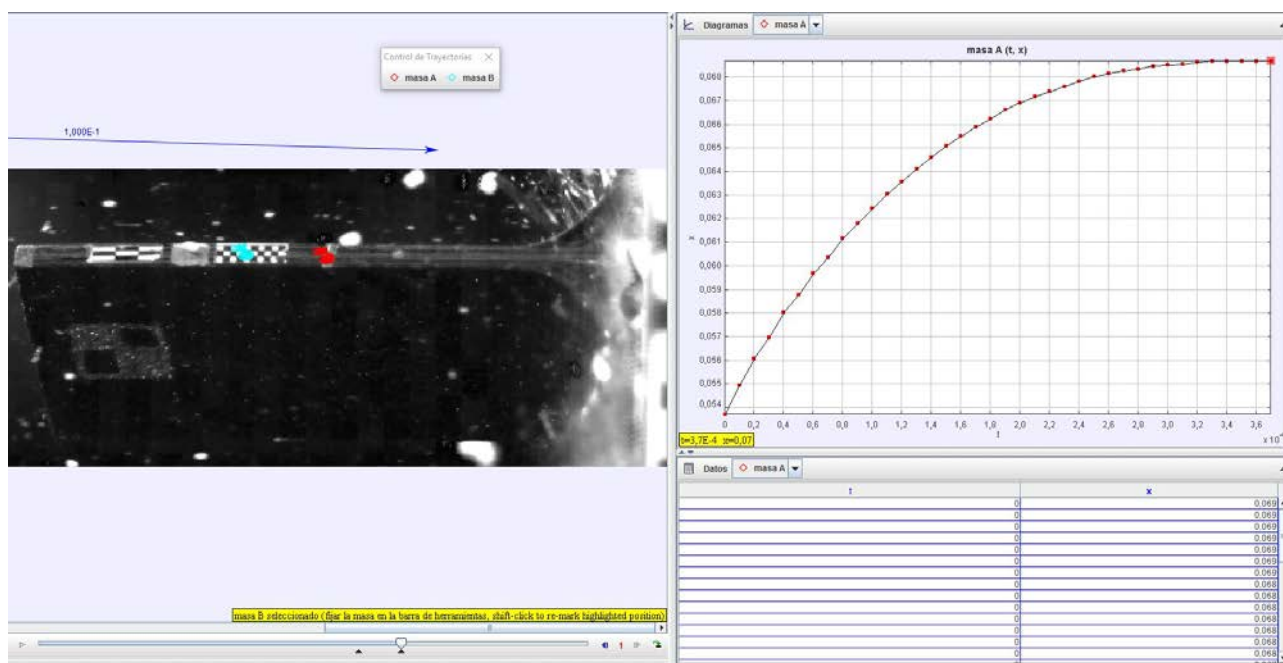


Figura 3.13: Ejemplo de trayectoria obtenida con Tracker.

Como ya se ha mencionado anteriormente, se han obtenido la velocidad y los desplazamientos de los fragmentos a través del seguimiento de alguna de las marcas o adhesivos colocados sobre

ellos. Para ello, se ha empleado el software libre de análisis de vídeo y construcción de modelos Tracker. En la figura 3.13 puede verse un ejemplo del desplazamiento de un fragmento obtenido en la dirección del impacto.

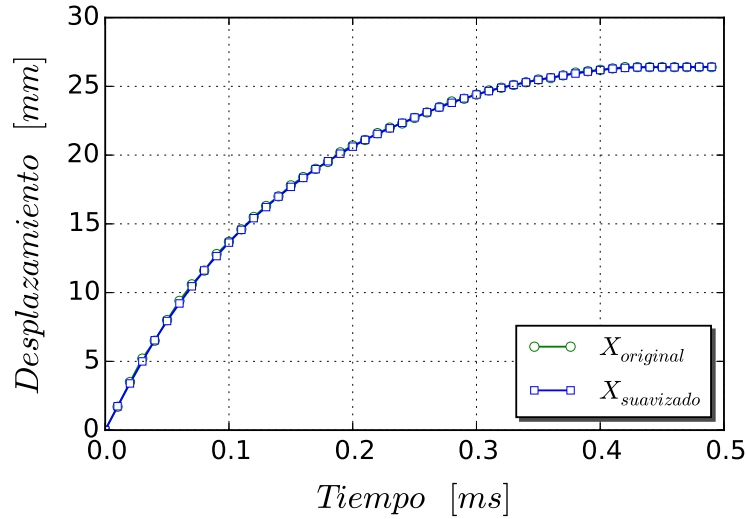


Figura 3.14: Desplazamiento original obtenido y suavizado frente al tiempo.

La medida del desplazamiento que se obtiene a partir de los vídeos posee cierto ruido, debido en gran parte a las vibraciones en dirección transversal que se producen durante el impacto de los fragmentos sobre la placa rígida. Esas pequeñas vibraciones provocan oscilaciones en el desplazamiento del fragmento que son amplificadas al derivarse dos veces para obtener la aceleración. Debido a esto último, se realiza un suavizado del desplazamiento mediante el uso de la media móvil, lo que no modifica prácticamente en nada los datos, como puede verse en la figura 3.14. Con el desplazamiento suavizado, se obtiene la velocidad y después la aceleración mediante sucesivas derivadas empleando diferencias finitas. Para estimar la fuerza de impacto se utiliza el balance de momento lineal:

$$F dt = d(mv) = dm v + dv m \quad (3.1)$$

donde F es la fuerza de impacto del fragmento, m su masa, que es variable durante el impacto, y v su velocidad. Dado que la masa no es constante a lo largo del impacto, se ha considerado una pérdida de masa lineal con el desplazamiento del fragmento:

$$m(x) = m_i - \frac{m_i - m_f}{x_f} x(t) \quad (3.2)$$

donde m_i y m_f son la masa inicial y final del fragmento respectivamente, $x(t)$ el desplazamiento del fragmento y x_f el desplazamiento final del fragmento. La ecuación 3.1 puede reescribirse como:

$$F(t) = a(t) \left[m_i - \frac{m_i - m_f}{x_f} x(t) \right] - v^2(t) \frac{m_i - m_f}{x_f} \quad (3.3)$$

donde $a(t)$ es la aceleración del fragmento.

Las aceleraciones obtenidas para todos los impactos han sido filtradas debido al excesivo ruido que presentaban. Para escoger una correcta frecuencia de filtrado, se realizó un análisis modal de los fragmentos de ambos espesores en el software comercial de elementos finitos Abaqus, que sirvieron para identificar la frecuencia del modo propio más similar al sufrido por los fragmentos durante el impacto. Teniendo en cuenta dicha frecuencia, las aceleraciones obtenidas de los fragmentos de 4 mm y 6 mm de espesor fueron filtradas empleando un filtro Butterworth de paso bajo con una frecuencia de corte de 15000Hz. Se ha comprobado que el filtrado de las aceleraciones no ha provocado pérdida de energía en la señal filtrada respecto a la original, confirmando que el filtrado se ha realizado correctamente.

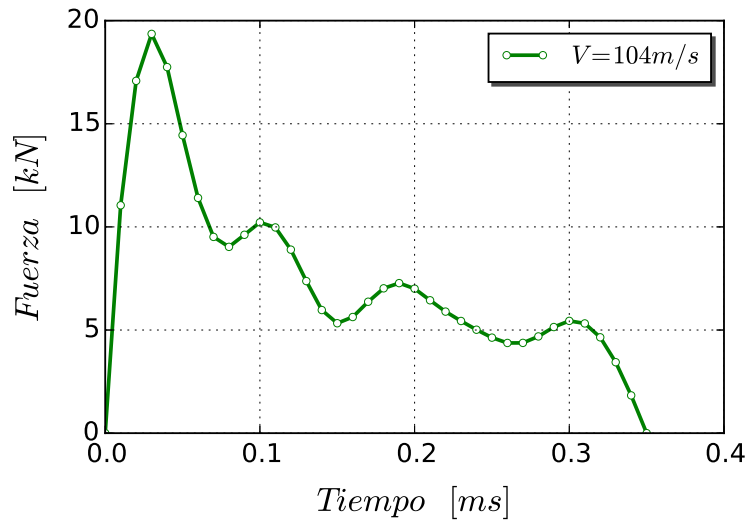


Figura 3.15: Fuerza vs. tiempo para un impacto de un fragmento de 4mm a 104 m/s.

En la figura 3.15 puede verse la fuerza obtenida empleando la expresión 3.3 para un impacto a 104 m/s de un fragmento de 4 mm de espesor.

Capítulo 4

Metodología numérica

4.1. Introducción

En este capítulo se presenta la metodología numérica desarrollada en esta tesis. Para ello, este capítulo se ha dividido en cuatro partes: en la primera, se incluye el desarrollo de un modelo de daño continuo para materiales compuestos laminados; en la segunda, se muestra el esquema de la implementación numérica en un código comercial de elementos finitos del modelo; en la tercera, se realiza una verificación del modelo con casos numéricos sencillos; en la cuarta y última parte, se detalla la metodología numérica desarrollada para reproducir los ensayos de impacto de fragmentos de CFRP contra una placa rígida.

4.2. Modelo constitutivo de daño continuo para materiales compuestos laminados

El modelo desarrollado en este trabajo presenta un comportamiento elástico lineal ortótropo que finaliza cuando se cumple alguno de los criterios de iniciación del daño empleados, basados en los formulados por Hashin [74] y adaptados a tres dimensiones.

En la literatura, los modelos constitutivos de daño continuo para materiales compuestos laminados tienen en cuenta el daño sub-crítico previo al daño total del material, es decir, tras finalizar su comportamiento elástico inicial existe una evolución del daño previa al daño total

del material. La influencia del daño se tiene en cuenta al calcular las tensiones del material:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C}_D : \boldsymbol{\varepsilon} \quad (4.1)$$

donde $\boldsymbol{\sigma}$ es el tensor de tensiones del material, $\boldsymbol{\varepsilon}$ es el tensor de deformaciones del material y \mathbf{C}_D es un tensor de rigidez de cuarto orden que depende del daño existente en el material.

4.2.1. Comportamiento elástico del modelo

El modelo de material presenta un comportamiento elástico lineal hasta la iniciación del daño. Para calcular las tensiones del material se emplea la expresión 4.1, que para la zona elástica coincide con:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C}_o : \boldsymbol{\varepsilon} \quad (4.2)$$

donde \mathbf{C}_o es el tensor de rigidez de cuarto orden de un material ortótropo. Las tensiones ($\boldsymbol{\sigma}$), deformaciones ($\boldsymbol{\varepsilon}$) y el tensor de rigidez (\mathbf{C}_o), escritos en notación de Voigt, pueden expresarse como:

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{23} \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

$$C_o = \begin{bmatrix} E_1(1 - \nu_{23}\nu_{32})\gamma & E_1(\nu_{21} + \nu_{31}\nu_{23})\gamma & E_1(\nu_{31} + \nu_{21}\nu_{32})\gamma & 0 & 0 & 0 \\ E_1(\nu_{21} + \nu_{31}\nu_{23})\gamma & E_2(1 - \nu_{13}\nu_{31})\gamma & E_2(\nu_{32} + \nu_{12}\nu_{31})\gamma & 0 & 0 & 0 \\ E_1(\nu_{31} + \nu_{21}\nu_{32})\gamma & E_2(\nu_{32} + \nu_{12}\nu_{31})\gamma & E_3(1 - \nu_{12}\nu_{21})\gamma & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_{13} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G_{23} \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

con

$$\gamma = \frac{1}{1 - \nu_{12}\nu_{21} - \nu_{13}\nu_{31} - \nu_{23}\nu_{32} - 2\nu_{21}\nu_{32}\nu_{13}} \quad (4.5)$$

El comportamiento elástico finaliza cuando se activa alguno de los criterios de daño explicados en la siguiente sección, los cuales se evalúan introduciendo unas tensiones denominadas efectivas, y que se calculan usando:

$$\bar{\sigma} = \mathbf{C}_o : \boldsymbol{\varepsilon} \quad (4.6)$$

donde $\boldsymbol{\varepsilon}$ y \mathbf{C}_o son los ya citados tensores de deformaciones del material y de rigidez de cuarto orden de un material ortótropo, respectivamente. Por lo tanto, las tensiones y las tensiones efectivas coinciden en el régimen elástico ($\boldsymbol{\sigma} = \bar{\boldsymbol{\sigma}}$).

4.2.2. Criterios de iniciación del daño

Los criterios de iniciación del daño empleados en el modelo numérico están basados en los formulados por Hashin adaptados a tres dimensiones. Se distinguen cinco modos de fallo: fibras a tracción, fibras a compresión, matriz a tracción, matriz a compresión y matriz a compresión fuera del plano. A continuación se presentan los diferentes modos de fallo contemplados:

- Rotura de fibras a tracción: se evalúa cuando la tensión en dirección de las fibras es positiva ($\sigma_{11} > 0$).

$$e_{ft} = \left(\frac{\bar{\sigma}_{11}}{X_T} \right)^2 \quad (4.7)$$

donde X_T es la resistencia a tracción en la dirección de las fibras.

- Rotura de fibras a compresión: se evalúa cuando la tensión en dirección de las fibras es negativa ($\sigma_{11} < 0$).

$$e_{fc} = \left(\frac{\bar{\sigma}_{11}}{X_C} \right)^2 \quad (4.8)$$

donde X_C es la resistencia a compresión en dirección de las fibras

- Rotura de matriz a tracción: se evalúa cuando la tensión en dirección de la matriz es positiva ($\sigma_{22} > 0$).

$$e_{mt} = \left(\frac{\bar{\sigma}_{22}}{Y_T} \right)^2 + \left(\frac{\bar{\sigma}_{12}}{S_{12}} \right)^2 + \left(\frac{\bar{\sigma}_{23}}{S_{23}} \right)^2 \quad (4.9)$$

donde Y_T es la resistencia del laminado a tracción en dirección perpendicular a las fibras, S_{23} es la resistencia a cortadura en el plano 23 del laminado y S_{12} es la resistencia a cortadura en el plano 12 del laminado.

- Rotura de matriz a compresión: se evalúa cuando la tensión en dirección de la matriz es negativa ($\sigma_{22} < 0$).

$$e_{mc} = \left[\left(\frac{Y_C}{2S_{23}} \right)^2 - 1 \right] \frac{\bar{\sigma}_{22}}{Y_C} + \left(\frac{\bar{\sigma}_{22}}{2S_{23}} \right)^2 + \left(\frac{\bar{\sigma}_{12}}{S_{12}} \right)^2 + \left(\frac{\bar{\sigma}_{23}}{S_{23}} \right)^2 \quad (4.10)$$

donde Y_C es la resistencia del laminado ante cargas de compresión en dirección perpendicular a las fibras.

- Rotura de matriz a compresión fuera del plano: se evalúa cuando la tensión en dirección de la matriz fuera del plano es negativa ($\sigma_{33} < 0$).

$$e_{mzc} = \left[\left(\frac{Z_C}{2S_{23}} \right)^2 - 1 \right] \frac{\bar{\sigma}_{33}}{Z_C} + \left(\frac{\bar{\sigma}_{33}}{2S_{23}} \right)^2 + \left(\frac{\bar{\sigma}_{13}}{S_{13}} \right)^2 + \left(\frac{\bar{\sigma}_{23}}{S_{23}} \right)^2 \quad (4.11)$$

donde Z_C es la resistencia del laminado ante cargas de compresión en dirección perpendicular a las fibras y S_{13} es la resistencia a cortadura en el plano 13 del laminado.

Cuando alguno de los criterios de iniciación alcanza el valor de 1, se considera que el material ha fallado y abandona la zona elástica, es decir, comienza a evolucionar el daño en la dirección cuyo criterio de activación ha superado el valor de 1.

4.2.3. Leyes de evolución del daño

Tal y como se ha explicado anteriormente, el modelo desarrollado presenta un comportamiento elástico que termina tras la activación de algún criterio de iniciación del daño, instante en el que éste comienza a evolucionar hasta que se produce el daño total del material. Durante este proceso es necesario asegurar que la energía absorbida por unidad de volumen es igual a la energía de fractura del material (G_c) dividida por una longitud característica (l_c) del modelo de elementos finitos en el que se implemente el modelo numérico desarrollado. La evolución del daño en el modelo es caracterizada a través de unas variables de daño, en concreto cinco, una por cada modo de fallo contemplado: fibras a tracción, fibras a compresión, matriz a tracción, matriz a compresión y matriz a compresión fuera del plano.

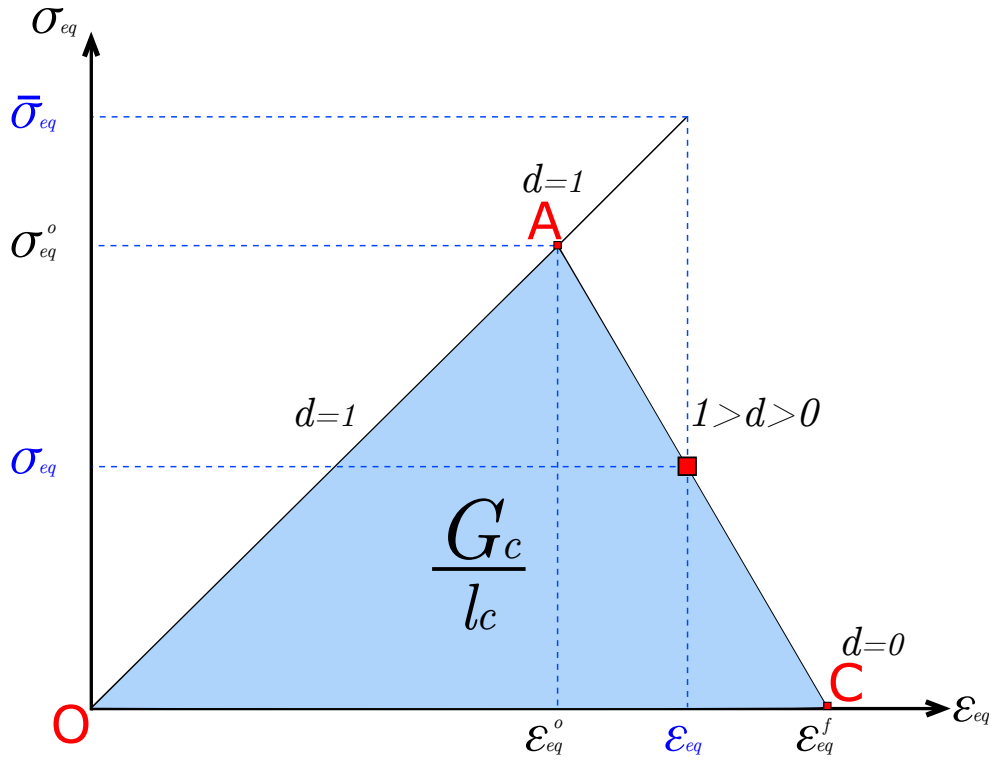


Figura 4.1: Gráfica tensión-deformación equivalentes.

En la figura 4.1 se representa la curva tensión equivalente - deformación equivalente del modelo para cualquier modo de fallo. Como ya se ha explicado, cada uno de estos modos de fallo tiene una variable de daño asociada, cuya evolución se ha formulado en términos de unas tensiones y deformaciones equivalentes. Las tensiones equivalentes de cada modo de fallo se formulan en base a las componentes del tensor de tensiones del material que aparecen en el criterio de iniciación del daño asociado a cada modo de fallo. Las deformaciones equivalentes se calculan empleando las deformaciones asociadas a dichas componentes que aparecen en las tensiones equivalentes. El cálculo de estas tensiones y deformaciones, así como el de la energía de fractura, se explica más adelante para cada modo de fallo.

El tramo O-A corresponde al dominio elástico. Durante este tramo la variable de daño es igual a 1 (no existe daño en el material). En el punto A, se ha cumplido el criterio de iniciación del daño correspondiente; la tensión equivalente de iniciación del daño es igual a σ_{eq}^o , y la deformación equivalente de iniciación es ϵ_{eq}^o . El tramo A-C corresponde al dominio de evolución del daño hasta el daño total del material. Durante este tramo la variable de daño evoluciona desde 1 hasta 0, momento en el que el daño del material es total. En el punto C la tensión equivalente

es igual a cero y la deformación equivalente es igual a la deformación equivalente de daño total ε_{eq}^f .

Para la evolución del daño, se ha considerado un descenso lineal de la tensión equivalente σ_{eq} , desde el punto A hasta el punto C. La expresión de dicha tensión en este tramo es:

$$\sigma_{eq} = \frac{\sigma_{eq}^o}{\varepsilon_{eq}^o - \varepsilon_{eq}^f} \varepsilon_{eq} + \frac{\varepsilon_{eq}^f \sigma_{eq}^o}{\varepsilon_{eq}^f - \varepsilon_{eq}^o} \quad (4.12)$$

donde la deformación equivalente ε_{eq} ha de cumplir que $\varepsilon_{eq}^o < \varepsilon_{eq} < \varepsilon_{eq}^f$.

Para determinar la expresión general de las variables de daño, se va a obtener, en primer lugar, el valor de dicha variable en un punto cualquiera en el tramo A-C de la figura 4.1, para después obtener una expresión general para todas las variables de daño.

Observando el tramo A-C de la figura 4.1, en un punto cualquiera en dicho tramo el material posee una tensión dañada σ_{eq} que además de empleando la expresión 4.12 puede expresarse como:

$$\sigma_{eq} = d \bar{\sigma}_{eq} \quad (4.13)$$

donde $\bar{\sigma}_{eq}$ es la tensión equivalente del material en cualquier punto del tramo A-C si su comportamiento fuera elástico lineal (tensión efectiva equivalente) y d es la variable de daño que multiplica a dicha tensión para obtener la tensión equivalente dañada. Para el cálculo de la tensión efectiva equivalente se utiliza la expresión:

$$\bar{\sigma}_{eq} = E_{eq} \varepsilon_{eq} = \frac{\sigma_{eq}^o}{\varepsilon_{eq}^o} \varepsilon_{eq} \quad (4.14)$$

Introduciendo en la expresión 4.13 la tensión equivalente de la ecuación 4.12 (σ_{eq}) y la tensión efectiva equivalente de la ecuación 4.14 ($\bar{\sigma}_{eq}$) de un punto cualquiera del tramo A-C, y despejando la variable de daño (d) de la igualdad se obtiene su valor para cualquier punto del tramo de evolución del daño (tramo A-C):

$$d = \frac{\sigma_{eq}^o}{E_{eq}(\varepsilon_{eq}^o - \varepsilon_{eq}^f)} + \frac{\varepsilon_{eq}^f \sigma_{eq}^o}{E_{eq}(\varepsilon_{eq}^f - \varepsilon_{eq}^o)} \frac{1}{\varepsilon_{eq}} \quad (4.15)$$

donde ε_{eq} es la deformación equivalente en el punto estudiado. Escribiendo de forma genérica para el tramo A-C de cada modo de fallo estudiado la variable de daño, se obtiene la siguiente expresión:

$$d_i = \frac{\sigma_{eq-i}^o}{E_{eq-i}(\varepsilon_{eq-i}^o - \varepsilon_{eq-i}^f)} + \frac{\varepsilon_{eq-i}^f \sigma_{eq-i}^o}{E_{eq-i}(\varepsilon_{eq-i}^f - \varepsilon_{eq-i}^o)} \frac{1}{\varepsilon_{eq-i}} = A_i + \frac{B_i}{\varepsilon_{eq-i}} \quad (4.16)$$

donde el subíndice i corresponde a cada modo de fallo contemplado, y A_i y B_i son parámetros del material diferentes para cada variable de daño.

Para que la energía absorbida por unidad de volumen sea igual a G_c/l_c , la longitud característica del material debe ser tal que el área encerrada bajo la parte elástica de la curva tensión-deformación equivalentes del modelo sea menor que la energía de fractura del material dividida por la longitud característica:

$$A_{el} = \frac{1}{2} \sigma_{eq}^o \varepsilon_{eq}^o = \frac{\sigma_{eq}^{o2}}{2 E_{eq}} < \frac{G_c}{l_c} \quad \Rightarrow \quad l_c < \frac{2 E_{eq} G_c}{\sigma_{eq}^{o2}} \quad (4.17)$$

Como se puede comprobar, en todas las expresiones las tensiones y deformaciones que aparecen son equivalentes y dependen del modo de fallo que evolucione. La energía de fractura del material en cada modo de fallo también tiene una expresión equivalente diferente. El modelo considera, como ya se ha explicado anteriormente, 5 modos de fallo, tantos como criterios de iniciación del daño. La expresión de las tensiones y deformaciones equivalentes, de la energía de fractura así como de la variable de daño para cada modo son:

- **Fallo de las fibras a tracción (ft).** La variable de daño de este modo de fallo tiene la siguiente expresión:

$$d_{ft} = \frac{\sigma_{eq-ft}^o}{E_{eq-ft}(\varepsilon_{eq-ft}^o - \varepsilon_{eq-ft}^f)} + \frac{\varepsilon_{eq-ft}^f \sigma_{eq-ft}^o}{E_{eq-ft}(\varepsilon_{eq-ft}^f - \varepsilon_{eq-ft}^o)} \frac{1}{\varepsilon_{eq-ft}} \quad (4.18)$$

Las tensiones y deformaciones equivalentes de este modo de fallo se calculan según:

$$\begin{aligned} \sigma_{eq-ft} &= d_{ft} \cdot \bar{\sigma}_{eq-ft} = d_{ft} \cdot \bar{\sigma}_{11} \\ \varepsilon_{eq-ft} &= \varepsilon_{11} \end{aligned} \quad (4.19)$$

La energía de fractura del material en este modo de fallo es:

$$G_{c-ft} = \mathcal{G}_{ft} \quad (4.20)$$

donde \mathcal{G}_{ft} es la energía crítica de fractura del material a tracción en dirección de las fibras.

- **Fallo de las fibras a compresión (fc).** La variable de daño de este modo de fallo tiene la siguiente expresión:

$$d_{fc} = \frac{\sigma_{eq-fc}^o}{E_{eq-fc}(\varepsilon_{eq-fc}^o - \varepsilon_{eq-fc}^f)} + \frac{\varepsilon_{eq-fc}^f \sigma_{eq-fc}^o}{E_{eq-fc}(\varepsilon_{eq-fc}^f - \varepsilon_{eq-fc}^o)} \frac{1}{\varepsilon_{eq-fc}} \quad (4.21)$$

Las tensiones y deformaciones equivalentes de este modo de fallo se calculan según:

$$\begin{aligned}\sigma_{eq-fc} &= d_{fc} \cdot \bar{\sigma}_{eq-fc} = d_{fc} \cdot \bar{\sigma}_{11} \\ \varepsilon_{eq-fc} &= \varepsilon_{11}\end{aligned}\tag{4.22}$$

La energía de fractura del material en este modo de fallo es:

$$G_{c-fc} = \mathcal{G}_{fc}\tag{4.23}$$

donde \mathcal{G}_{fc} es la energía crítica de fractura del material a compresión en dirección de las fibras.

- **Fallo de la matriz a tracción (mt).** La variable de daño de este modo de fallo tiene la siguiente expresión:

$$d_{mt} = \frac{\sigma_{eq-mt}^o}{E_{eq-mt}(\varepsilon_{eq-mt}^o - \varepsilon_{eq-mt}^f)} + \frac{\varepsilon_{eq-mt}^f \sigma_{eq-mt}^o}{E_{eq-mt}(\varepsilon_{eq-mt}^f - \varepsilon_{eq-mt}^o)} \frac{1}{\varepsilon_{eq-mt}}\tag{4.24}$$

Las tensiones y deformaciones equivalentes de este modo de fallo se calculan según:

$$\begin{aligned}\sigma_{eq-mt} &= d_{mt} \cdot \bar{\sigma}_{eq-mt} = d_{mt} \cdot \sqrt{\bar{\sigma}_{22}^2 + \bar{\sigma}_{12}^2 + \bar{\sigma}_{23}^2} \\ \varepsilon_{eq-mt} &= \sqrt{\varepsilon_{22}^2 + \varepsilon_{12}^2 + \varepsilon_{23}^2}\end{aligned}\tag{4.25}$$

La energía de fractura del material en este modo de fallo es:

$$G_{c-mt} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\bar{\sigma}_{22}^o \varepsilon_{22}^o}{\mathcal{G}_{mt} \gamma_{mt}}\right)^2 + \left(\frac{\bar{\sigma}_{12}^o \varepsilon_{12}^o}{\mathcal{G}_{12} \gamma_{mt}}\right)^2 + \left(\frac{\bar{\sigma}_{23}^o \varepsilon_{23}^o}{\mathcal{G}_{23} \gamma_{mt}}\right)^2}}\tag{4.26}$$

con

$$\gamma_{mt} = \bar{\sigma}_{22}^o \varepsilon_{22}^o + \bar{\sigma}_{12}^o \varepsilon_{12}^o + \bar{\sigma}_{23}^o \varepsilon_{23}^o\tag{4.27}$$

donde \mathcal{G}_{mt} es la energía crítica de fractura del material a tracción en dirección de la matriz, \mathcal{G}_{12} es la energía crítica de fractura del material en la dirección tangencial 12, \mathcal{G}_{23} es la energía crítica de fractura del material en la dirección tangencial 23, y las tensiones efectivas y deformaciones introducidas son las correspondientes al punto de iniciación del daño (punto A figura 4.1).

- **Fallo de la matriz a compresión (mc).** La variable de daño de este modo de fallo tiene la siguiente expresión:

$$d_{mc} = \frac{\sigma_{eq-mc}^o}{E_{eq-mc}(\varepsilon_{eq-mc}^o - \varepsilon_{eq-mc}^f)} + \frac{\varepsilon_{eq-mc}^f \sigma_{eq-mc}^o}{E_{eq-mc}(\varepsilon_{eq-mc}^f - \varepsilon_{eq-mc}^o)} \frac{1}{\varepsilon_{eq-mc}}\tag{4.28}$$

Las tensiones y deformaciones equivalentes de este modo de fallo se calculan según:

$$\begin{aligned}\sigma_{eq-mc} &= d_{mc} \cdot \bar{\sigma}_{eq-mc} = d_{mc} \cdot \sqrt{\bar{\sigma}_{22}^2 + \bar{\sigma}_{12}^2 + \bar{\sigma}_{23}^2} \\ \varepsilon_{eq-mc} &= \sqrt{\varepsilon_{22}^2 + \varepsilon_{12}^2 + \varepsilon_{23}^2}\end{aligned}\quad (4.29)$$

La energía de fractura del material en este modo de fallo es:

$$G_{c-mc} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\bar{\sigma}_{22}^o \varepsilon_{22}^o}{\mathcal{G}_{mc} \gamma_{mc}}\right)^2 + \left(\frac{\bar{\sigma}_{12}^o \varepsilon_{12}^o}{\mathcal{G}_{12} \gamma_{mc}}\right)^2 + \left(\frac{\bar{\sigma}_{23}^o \varepsilon_{23}^o}{\mathcal{G}_{23} \gamma_{mc}}\right)^2}} \quad (4.30)$$

con

$$\gamma_{mc} = \bar{\sigma}_{22}^o \varepsilon_{22}^o + \bar{\sigma}_{12}^o \varepsilon_{12}^o + \bar{\sigma}_{23}^o \varepsilon_{23}^o \quad (4.31)$$

donde \mathcal{G}_{mc} es la energía crítica de fractura del material a compresión en dirección de la matriz, \mathcal{G}_{12} es la energía crítica de fractura del material en la dirección tangencial 12, \mathcal{G}_{23} es la energía crítica de fractura del material en la dirección tangencial 23, y las tensiones efectivas y deformaciones introducidas son las correspondientes al punto de iniciación del daño (punto A figura 4.1).

- **Fallo de la matriz a compresión fuera del plano (mzc).** La variable de daño de este modo de fallo tiene la siguiente expresión:

$$d_{mzc} = \frac{\sigma_{eq-mzc}^o}{E_{eq-mzc}(\varepsilon_{eq-mzc}^f - \varepsilon_{eq-mzc}^o)} + \frac{\varepsilon_{eq-mzc}^f \sigma_{eq-mzc}^o}{E_{eq-mzc}(\varepsilon_{eq-mzc}^f - \varepsilon_{eq-mzc}^o)} \frac{1}{\varepsilon_{eq-mzc}} \quad (4.32)$$

Las tensiones y deformaciones equivalentes de este modo de fallo se calculan según:

$$\begin{aligned}\sigma_{eq-mzc} &= d_{mzc} \cdot \bar{\sigma}_{eq-mzc} = d_{mzc} \cdot \sqrt{\bar{\sigma}_{33}^2 + \bar{\sigma}_{13}^2 + \bar{\sigma}_{23}^2} \\ \varepsilon_{eq-mzc} &= \sqrt{\varepsilon_{33}^2 + \varepsilon_{13}^2 + \varepsilon_{23}^2}\end{aligned}\quad (4.33)$$

La energía de fractura del material en este modo de fallo es:

$$G_{c-mzc} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\bar{\sigma}_{33}^o \varepsilon_{33}^o}{\mathcal{G}_{zc} \gamma_{zc}}\right)^2 + \left(\frac{\bar{\sigma}_{13}^o \varepsilon_{13}^o}{\mathcal{G}_{13} \gamma_{zc}}\right)^2 + \left(\frac{\bar{\sigma}_{23}^o \varepsilon_{23}^o}{\mathcal{G}_{23} \gamma_{zc}}\right)^2}} \quad (4.34)$$

con

$$\gamma_{zc} = \bar{\sigma}_{33}^o \varepsilon_{33}^o + \bar{\sigma}_{13}^o \varepsilon_{13}^o + \bar{\sigma}_{23}^o \varepsilon_{23}^o \quad (4.35)$$

donde \mathcal{G}_{zc} es la energía crítica de fractura del material a compresión en dirección de la matriz fuera del plano, \mathcal{G}_{13} es la energía crítica de fractura del material en la dirección tangencial 13, \mathcal{G}_{23} es la energía crítica de fractura del material en la dirección tangencial 23, y las tensiones efectivas y deformaciones introducidas son las correspondientes al punto de iniciación del daño (punto A figura 4.1).

4.2.4. Cálculo de tensiones del material con evolución del daño

Para calcular las tensiones del material cuando existe evolución del daño en algún modo de fallo se emplea la expresión 4.1, en la cual aparece el tensor de rigidez de cuarto orden de un material ortótropo con los parámetros de daño del modelo incluidos (\mathbf{C}_D), que se calcula invirtiendo el tensor de flexibilidad del material (\mathbf{H}_D). Para obtener este último, se define la densidad de energía libre complementaria de Gibbs, que en este trabajo se expresa como:

$$G = \frac{1}{2} \left[\frac{\sigma_{12}^2}{d_4 G_{12}} + \frac{\sigma_{13}^2}{d_6 G_{13}} + \frac{\sigma_{23}^2}{d_5 G_{23}} \right] + \frac{1}{2} \left[\sigma_{11} \left(\frac{\sigma_{11}}{d_1 E_1} - \frac{\nu_{21} \sigma_{22}}{E_2} - \frac{\nu_{31} \sigma_{33}}{E_3} \right) \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \left[\sigma_{22} \left(\frac{\sigma_{22}}{d_2 E_2} - \frac{\nu_{12} \sigma_{11}}{E_1} - \frac{\nu_{32} \sigma_{33}}{E_3} \right) \right] + \frac{1}{2} \left[\sigma_{33} \left(\frac{\sigma_{33}}{d_3 E_3} - \frac{\nu_{13} \sigma_{11}}{E_1} - \frac{\nu_{23} \sigma_{22}}{E_2} \right) \right] \right] \quad (4.36)$$

Para obtener el tensor de flexibilidad se emplea la expresión:

$$\mathbf{H}_D = \frac{\partial^2 G}{\partial \sigma \partial \sigma} \quad (4.37)$$

Calculando dicho tensor según 4.37 y expresándolo en notación de Voigt se obtiene la matriz de flexibilidad H_D :

$$H_D = \begin{bmatrix} \frac{1}{d_1 E_1} & \frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{\nu_{13}}{E_1} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{d_2 E_2} & \frac{\nu_{23}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu_{13}}{E_1} & \frac{\nu_{23}}{E_3} & \frac{1}{d_3 E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{d_4 G_{12}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{d_5 G_{13}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{d_6 G_{23}} \end{bmatrix} \quad (4.38)$$

Invirtiendo el tensor de flexibilidad se obtiene el tensor de rigidez \mathbf{C}_D . Expresando dicho tensor en notación de Voigt se obtiene la matriz de rigidez C_D :

$$C_D = \begin{bmatrix} d_1 E_1 (1 - d_2 d_3 \nu_{23} \nu_{32}) \gamma_d & d_1 d_2 E_1 (\nu_{21} + d_3 \nu_{31} \nu_{23}) \gamma_d & d_1 d_3 E_1 (\nu_{31} + d_2 \nu_{21} \nu_{32}) \gamma_d & 0 & 0 & 0 \\ d_1 d_2 E_2 (\nu_{12} + d_3 \nu_{13} \nu_{32}) \gamma_d & d_2 E_2 (1 - d_1 d_3 \nu_{13} \nu_{31}) \gamma_d & d_2 d_3 E_2 (\nu_{32} + d_1 \nu_{12} \nu_{31}) \gamma_d & 0 & 0 & 0 \\ d_1 d_3 E_3 (\nu_{13} + d_2 \nu_{12} \nu_{23}) \gamma_d & d_2 d_3 E_3 (\nu_{23} + d_1 \nu_{21} \nu_{13}) \gamma_d & d_3 E_3 (1 - d_1 d_2 \nu_{12} \nu_{21}) \gamma_d & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_4 G_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & d_5 G_{13} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_6 G_{23} \end{bmatrix} \quad (4.39)$$

con

$$\gamma_d = \frac{1}{1 - d_1 d_2 \nu_{12} \nu_{21} - d_1 d_3 \nu_{13} \nu_{31} - d_2 d_3 \nu_{23} \nu_{32} - d_1 d_2 d_3 \nu_{12} \nu_{23} \nu_{31} - d_1 d_2 d_3 \nu_{21} \nu_{32} \nu_{13}} \quad (4.40)$$

En este punto es necesario distinguir entre variables de daño y parámetros de daño. Las primeras son cinco, una por cada modelo ($d_{ft}, d_{fc}, d_{mt}, d_{mc}$ y d_{mzc}), mientras que los segundos son seis, uno por cada dirección de las tensiones del material (d_1, d_2, d_3, d_4, d_5 y d_6). Cada parámetro de daño depende de las variables de daño asociadas a la dirección de tensión correspondiente, ya sea a compresión o tracción, y se escogen según:

- **Parámetro de daño en dirección de las fibras d_1 :** En la dirección de las fibras se tiene en cuenta el fenómeno del cierre de grietas. Según este fenómeno, si el material está dañado a tracción y después es cargado a compresión, dicho estado favorece el cierre de las grietas formadas a tracción, por lo que no se tiene en cuenta el daño sufrido a tracción mientras el material sea cargado a compresión. Para respetar dicho fenómeno, el parámetro de daño se escoge según:

$$\begin{aligned} Si \quad \sigma_{11} \geq 0 \quad d_1 &= \min(d_{ft}, d_{fc}) \\ Si \quad \sigma_{11} < 0 \quad d_1 &= d_{fc} \end{aligned} \quad (4.41)$$

- **Parámetro de daño en dirección de la matriz d_2 :** En la dirección de la matriz, el parámetro de daño es:

$$d_2 = \min(d_{mt}, d_{mc}) \quad (4.42)$$

- **Parámetro de daño en dirección de la matriz fuera del plano d_3 :** En la dirección de la matriz fuera del plano, el parámetro de daño es:

$$d_3 = d_{mzc} \quad (4.43)$$

- **Parámetros de daño en las direcciones tangenciales d_4, d_5, d_6 :** En las direcciones tangenciales, para escoger cada parámetro de daño se elige, entre las dos direcciones del esfuerzo tangencial, el valor más restrictivo:

$$d_4 = \min(d_1, d_2) \quad d_5 = \min(d_1, d_3) \quad d_6 = \min(d_2, d_3) \quad (4.44)$$

Debe observarse que si no existiera daño alguno en el material todos los parámetros de daño tendrían valor 1 y la matriz de rigidez del material C_D coincidiría con la matriz de rigidez elástica del material C_o .

Las tensiones efectivas ($\bar{\sigma}$) y las tensiones del material (σ) durante la evolución del daño se relacionan con la siguiente expresión:

$$\bar{\sigma} = \mathbf{M} : \sigma \quad (4.45)$$

donde \mathbf{M} es un tensor de cuarto orden, que escrito en notación de Voigt puede expresarse como la matriz M :

$$M = \begin{bmatrix} \frac{1}{d_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{d_2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{d_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{d_4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{d_5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{d_6} \end{bmatrix} \quad (4.46)$$

Esta matriz es habitualmente nombrada en la literatura como matriz reparadora del daño, ya que, a través de ella, se pueden obtener las tensiones efectivas, también llamadas reparadas, del material.

4.2.5. Base termodinámica del modelo constitutivo

Una vez se ha explicado el modelo desarrollado, se va a proceder a verificar que dicho modelo es termodinámicamente consistente. Para ello, en su desarrollo se ha seguido la metodología aplicada por Coleman y Noll, que fue aplicada por primera vez para desarrollar las ecuaciones constitutivas de un sólido elástico considerando conducción de calor y disipación por efectos de viscosidad [93]. En ese primer trabajo, consideraban que la energía libre dependía únicamente de la deformación, de la temperatura y de su gradiente, sin considerar la existencia de variables internas. Posteriormente, Coleman y Gurtin introdujeron en dicha dependencia las variables de estado internas en un trabajo que derivó en la publicación de dos artículos [94,95]. En el primero de ellos, aplicaron la metodología de Coleman y Noll a un caso en el que, además de las variables controlables, existen también unas variables de estado internas. Además, realizaron un análisis de estabilidad para identificar las condiciones bajo las cuales, frente a un cambio instantáneo en las variables controlables, la energía libre y las variables internas convergen o no convergen a un nuevo punto de equilibrio y, en caso de que exista convergencia, si esta ocurre de forma

estable o asintótica.

Para que el modelo sea termodinámicamente consistente, debe cumplir las Leyes de la Termodinámica, detalladas a continuación. Dichas leyes están escritas en forma local y tienen implícita la suposición de pequeñas deformaciones, razonable cuando se trabaja con materiales compuestos laminados, lo que implica que la densidad del material (ρ) puede considerarse constante.

- Primera ley de la Termodinámica: consiste, esencialmente, en un balance de la energía interna por unidad de volumen:

$$\rho \dot{u} = \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} + \rho r - \nabla \cdot \mathbf{q} \quad (4.47)$$

Se puede interpretar como la rapidez de cambio de la energía interna (\dot{u}) en un elemento diferencial de volumen es igual a la suma de la potencia mecánica desarrollada por las fuerzas internas ($\boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$), la tasa de generación de calor en el interior de dicho volumen (r) y el flujo neto de calor que entra en el mismo a través de su frontera ($\nabla \cdot \mathbf{q}$).

- Segunda ley de la Termodinámica:

$$\rho \dot{s} - \frac{1}{\theta} (\rho r - \nabla \cdot \mathbf{q}) - \frac{1}{\theta^2} \mathbf{q} \cdot \nabla \theta \geq 0 \quad (4.48)$$

donde \dot{s} es la variación de la entropía, θ la temperatura absoluta, \mathbf{q} el flujo de calor y $\nabla \theta$ el gradiente de temperatura en el elemento diferencial de volumen.

Usando la primera ley para sustituir el término $(\rho r - \nabla \cdot \mathbf{q})$ y considerando que la temperatura absoluta es no-negativa, la segunda ley puede reescribirse como:

$$\gamma = \rho \theta \dot{s} - \rho \dot{u} + \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \frac{1}{\theta} \mathbf{q} \cdot \nabla \theta \geq 0 \quad (4.49)$$

La ecuación 4.49 es la desigualdad de Clausius-Duhem o desigualdad de disipación, en la cual γ corresponde a la potencia disipada por unidad de volumen. Es conveniente introducir una descomposición aditiva de γ en dos términos: disipación mecánica (γ_{mec}) y disipación térmica (γ_{term}).

$$\gamma = \gamma_{mec} + \gamma_{term} \geq 0 \quad (4.50)$$

donde

$$\gamma_{mec} = \rho \theta \dot{s} - \rho \dot{u} + \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad (4.51)$$

$$\gamma_{term} = -\frac{1}{\theta} \mathbf{q} \cdot \nabla \theta \quad (4.52)$$

El modelo constitutivo debe satisfacer la desigualdad de disipación, y se ha desarrollado partiendo de una expresión concreta para la densidad de energía libre complementaria, procedimiento habitualmente utilizado en el desarrollo de modelos constitutivos. Dicha densidad no aparece explícitamente en la segunda ley. El primer paso para conseguir su aparición es definir unas funciones de estado auxiliares, y que son:

- Energía libre de Helmholtz:

$$\psi = u - s\theta \quad (4.53)$$

- Energía libre específica de Gibbs:

$$\phi = \psi - \frac{1}{\rho} \boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{\varepsilon} = u - s\theta - \frac{1}{\rho} \boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{\varepsilon} \quad (4.54)$$

Diferenciando la energía libre de Gibbs con respecto al tiempo, introduciendo el resultado en la desigualdad de disipación y considerando $\mathbf{g} = \nabla \theta$, dicha expresión puede reescribirse como:

$$\gamma = -\rho(\dot{\phi} + s\dot{\theta}) - \dot{\boldsymbol{\sigma}} : \boldsymbol{\varepsilon} - \frac{1}{\theta} \mathbf{q} \cdot \mathbf{g} \geq 0 \quad (4.55)$$

donde puede identificarse la contribución de la disipación mecánica y la correspondiente a la disipación térmica como:

$$\begin{aligned} \gamma_{mec} &= -\rho(\dot{\phi} + s\dot{\theta}) - \dot{\boldsymbol{\sigma}} : \boldsymbol{\varepsilon} \\ \gamma_{term} &= -\frac{1}{\theta} \mathbf{q} \cdot \mathbf{g} \end{aligned} \quad (4.56)$$

La energía libre específica de Gibbs (ecuación 4.54) depende de, entre otras variables, la entropía (s). Dado que la entropía no es una cantidad que pueda medirse directamente en ensayos mecánicos, no resulta conveniente construir ecuaciones constitutivas en las que aparezca dicho término. Es aquí donde el uso de la transformada de Legendre resulta ventajoso, ya que permite definir funciones de estado auxiliares cuyas variables independientes son más cómodas para la formulación de ecuaciones constitutivas. Emplear la transformada de Legendre es habitual en el desarrollo de modelos constitutivos [96] y permite, además, introducir en las energías de Helmholtz y Gibbs una dependencia con las variables internas del modelo. En las expresiones 4.57 y 4.58, se expresan dichas energías mediante la transformada de Legendre:

$$\psi = \psi(\boldsymbol{\varepsilon}, \theta, \mathbf{g}, \mathbf{h}) \quad (4.57)$$

$$\phi = \phi(\boldsymbol{\sigma}, \theta, \mathbf{g}, \mathbf{h}) \quad (4.58)$$

Ambas energías definidas mediante la transformación de Legendre tienen una dependencia de las variables internas del modelo (\mathbf{h}), que en el modelo constitutivo desarrollado son los parámetros de daño. La principal diferencia entre ambas radica en la variable de estado que se controle, la tensión ($\boldsymbol{\sigma}$) o la deformación ($\boldsymbol{\varepsilon}$). En el modelo desarrollado en esta tesis se define una expresión para densidad de energía libre complementaria de Gibbs por lo que desde este momento la energía libre de Helmholtz deja de emplearse.

Derivando la energía libre de Gibbs (ϕ) de la ecuación 4.58 con respecto al tiempo teniendo en cuenta la regla de la cadena, se obtiene:

$$\dot{\phi} = \frac{d\phi}{d\theta}\dot{\theta} + \frac{d\phi}{d\boldsymbol{\sigma}}\dot{\boldsymbol{\sigma}} + \frac{d\phi}{d\mathbf{g}}\dot{\mathbf{g}} + \frac{d\phi}{d\mathbf{h}}\dot{\mathbf{h}} \quad (4.59)$$

Introduciendo dicha derivada en la ecuación 4.55, la desigualdad de disipación queda del siguiente modo:

$$\gamma = -\rho \left(\frac{d\phi}{d\theta} + s \right) \dot{\theta} - \left(\rho \frac{d\phi}{d\boldsymbol{\sigma}} + \boldsymbol{\varepsilon} \right) \dot{\boldsymbol{\sigma}} - \rho \frac{d\phi}{d\mathbf{g}}\dot{\mathbf{g}} - \rho \frac{d\phi}{d\mathbf{h}}\dot{\mathbf{h}} - \frac{1}{\theta} \mathbf{q} \cdot \mathbf{g} \geq 0 \quad (4.60)$$

donde cada contribución (mecánica y térmica) es:

$$\begin{aligned} \gamma_{mec} &= -\rho \left(\frac{d\phi}{d\theta} + s \right) \dot{\theta} - \left(\rho \frac{d\phi}{d\boldsymbol{\sigma}} + \boldsymbol{\varepsilon} \right) \dot{\boldsymbol{\sigma}} - \rho \frac{d\phi}{d\mathbf{g}}\dot{\mathbf{g}} - \rho \frac{d\phi}{d\mathbf{h}}\dot{\mathbf{h}} \\ \gamma_{term} &= -\frac{1}{\theta} \mathbf{q} \cdot \mathbf{g} \end{aligned} \quad (4.61)$$

Considerando las variables independientes de la energía libre de Gibbs, siempre puede encontrarse un campo de temperatura $\theta = \theta(x)$ y de tensiones $\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}(x)$ tales que sus tasas temporales ($\dot{\theta}$ y $\dot{\boldsymbol{\sigma}}$) así como la tasa del gradiente de temperatura ($\dot{\mathbf{g}}$) puedan ser escogidas arbitrariamente. Como consecuencia de esto, los coeficientes de $\dot{\theta}$, $\dot{\boldsymbol{\sigma}}$ y $\dot{\mathbf{g}}$ en la ecuación 4.60 deben ser idénticamente nulos, ya que, de lo contrario, podrían escogerse valores para estas tres tasas que resulten en una violación de la desigualdad de disipación, tal y como explicaron Coleman y Noll en [93]. Por lo tanto:

$$s = -\frac{d\phi}{d\theta} \quad ; \quad \boldsymbol{\varepsilon} = -\rho \frac{d\phi}{d\boldsymbol{\sigma}} \quad ; \quad \frac{d\phi}{d\mathbf{g}} = 0 \quad (4.62)$$

Utilizando las consideraciones anteriores, la desigualdad de disipación se simplifica:

$$\gamma = \gamma_{mec} + \gamma_{term} = -\rho \frac{d\phi}{d\mathbf{h}}\dot{\mathbf{h}} - \frac{1}{\theta} \mathbf{q} \cdot \mathbf{g} \geq 0 \quad (4.63)$$

En la ecuación 4.63 puede verse que la disipación mecánica es la contribución a la disipación total debida a la evolución de las variables internas, motivo por el cual a la disipación mecánica se le denomina a veces disipación interna. Introduciendo en la desigualdad de disipación la densidad de energía libre complementaria de Gibbs:

$$G = -\rho\phi \quad (4.64)$$

y considerando que la temperatura está uniformemente distribuida ($\gamma_{term} = 0$) la desigualdad de la disipación se reduce a:

$$\gamma = \frac{dG}{d\mathbf{h}} \dot{\mathbf{h}} \geq 0 \quad (4.65)$$

Reescribiendo y expandiendo la expresión 4.65 introduciendo las variables internas del modelo se obtiene la desigualdad:

$$\gamma = \frac{dG}{dd_1} \dot{d}_1 + \frac{dG}{dd_2} \dot{d}_2 + \frac{dG}{dd_3} \dot{d}_3 + \frac{dG}{dd_4} \dot{d}_4 + \frac{dG}{dd_5} \dot{d}_5 + \frac{dG}{dd_6} \dot{d}_6 \geq 0 \quad (4.66)$$

El modelo desarrollado considera los modos de fallo desacoplados, por lo que cada término de la desigualdad debe cumplir la desigualdad de disipación por separado. Para comprobar si se cumple la mencionada desigualdad, se escoge una variable de daño genérica cuya expresión, utilizada y sustentada con anterioridad (ver sección 4.2.3), es:

$$d_i = \frac{\sigma_{eq-i}^o}{E_{eq-i}(\varepsilon_{eq-i}^o - \varepsilon_{eq-i}^f)} + \frac{\varepsilon_{eq-i}^f \sigma_{eq-i}^o}{E_{eq-i}(\varepsilon_{eq-i}^f - \varepsilon_{eq-i}^o)} \frac{1}{\varepsilon_{eq-i}} = A_i + \frac{B_i}{\varepsilon_{eq-i}} \quad (4.67)$$

y se introduce en la desigualdad de disipación, derivando la densidad de energía libre complementaria de Gibbs (4.36) respecto dicha variable de daño y multiplicándola por su derivada:

$$\gamma = \frac{dG}{dd_i} \dot{d}_i = -\frac{\sigma_j^2}{2E_{eq-i}} \frac{1}{d_i^2} \left(-\frac{\dot{\varepsilon}_{eq-i}}{\varepsilon_{eq-i}^2} B_i \right) = \frac{\sigma_j^2}{2E_{eq-i} d_i^2} \left(\frac{\dot{\varepsilon}_{eq-i}}{\varepsilon_{eq-i}^2} B_i \right) \geq 0 \quad (4.68)$$

donde el subíndice i corresponde al modo de fallo correspondiente y σ_j corresponde a la tensión en la dirección del modo de fallo i . El primer término siempre será mayor o igual que cero:

$$\frac{\sigma_j^2}{2E_{eq-i} d_i^2} \geq 0 \quad (4.69)$$

El segundo término corresponde a \dot{d}_i , donde B_i siempre será mayor que cero debido a que se ha impuesto que las deformaciones y tensiones equivalentes sean mayores o iguales que cero.

La derivada de la deformación equivalente ($\dot{\varepsilon}_{eq-i}$) será positiva si la deformación equivalente crece y negativa si ésta decrece. La implementación del modelo se realiza de tal forma que si ocurre esta última situación la variable de daño d_i permanece constante, por lo que su derivada \dot{d}_i es igual a cero, garantizando el cumplimiento de la desigualdad de disipación. Por tanto, el modelo desarrollado cumple la desigualdad de disipación tanto si el material es cargado como si es descargado.

4.3. Implementación numérica del modelo

El modelo desarrollado en esta tesis se ha implementado en el software comercial de elementos finitos Abaqus a través de una subrutina de material VUMAT, en la que se introducen las ecuaciones constitutivas del modelo. En esta subrutina, es necesario calcular las tensiones en el instante nuevo $(t + 1)$ a partir de las tensiones del instante anterior (t) y del incremento de deformaciones entre ambos instantes.

- El primer paso a realizar es el cálculo de las deformaciones y tensiones efectivas en el instante $(t + 1)$, empleando el incremento de deformaciones proporcionado por Abaqus $(\Delta\varepsilon)$ y la matriz de rigidez tridimensional de un material ortótropo (C_o) :

$$\varepsilon^{(t+1)} = \varepsilon^{(t)} + \Delta\varepsilon \quad (4.70)$$

$$\bar{\sigma}^{(t+1)} = M^{(t)}\sigma^{(t)} + \Delta\bar{\sigma}^{(t+1)} = \bar{\sigma}^{(t)} + \Delta\bar{\sigma}^{(t+1)} \quad (4.71)$$

donde

$$\Delta\bar{\sigma}^{(t+1)} = C_o\Delta\varepsilon \quad (4.72)$$

- El siguiente paso es evaluar los criterios de iniciación del daño, introduciendo en ellos las tensiones efectivas calculadas, y calcular las tensiones equivalentes de cada modo de fallo.
- Si algún criterio de iniciación no alcanza el valor de 1, la variable de daño del modo de fallo correspondiente en el instante $(t + 1)$ es la misma que en el instante (t) , es decir, $d_i^{(t+1)} = d_i^{(t)}$. En el caso de que algún criterio supere o iguale el valor de 1, se calcula la variable de daño del modo de fallo correspondiente, $d_i^{(t+1)} = A_i + \frac{B_i}{\varepsilon_{eq}^{(t+1)}}$, tal y como se explicó en la sección 4.2.3. Si esta variable es menor que la misma en el anterior instante (t) , entonces $d_i^{(t+1)} = d_i^{(t+1)}$. Si es mayor, $d_i^{(t+1)} = d_i^{(t)}$ (recordar de nuevo que las variables de daño van desde 1 (sin daño) hasta 0 (totalmente dañado)).
- Tras el cálculo de todas las variables de daño, se deben escoger los parámetros de daño que se introducirán en la matriz de rigidez dañada tal y como se detalla en la sección 4.2.4.

- El último paso consiste en calcular los términos de la matriz de rigidez dañada $C_D^{(t+1)}$, y con dicha matriz, calcular las tensiones reales del material en el instante $(t + 1)$ según la expresión $\sigma^{(t+1)} = C_D \varepsilon^{(t+1)}$. Estas tensiones son el resultado de aplicar las deformaciones suministradas por Abaqus al inicio de la subrutina del material.

El esquema de implementación se representa en la figura 4.2.

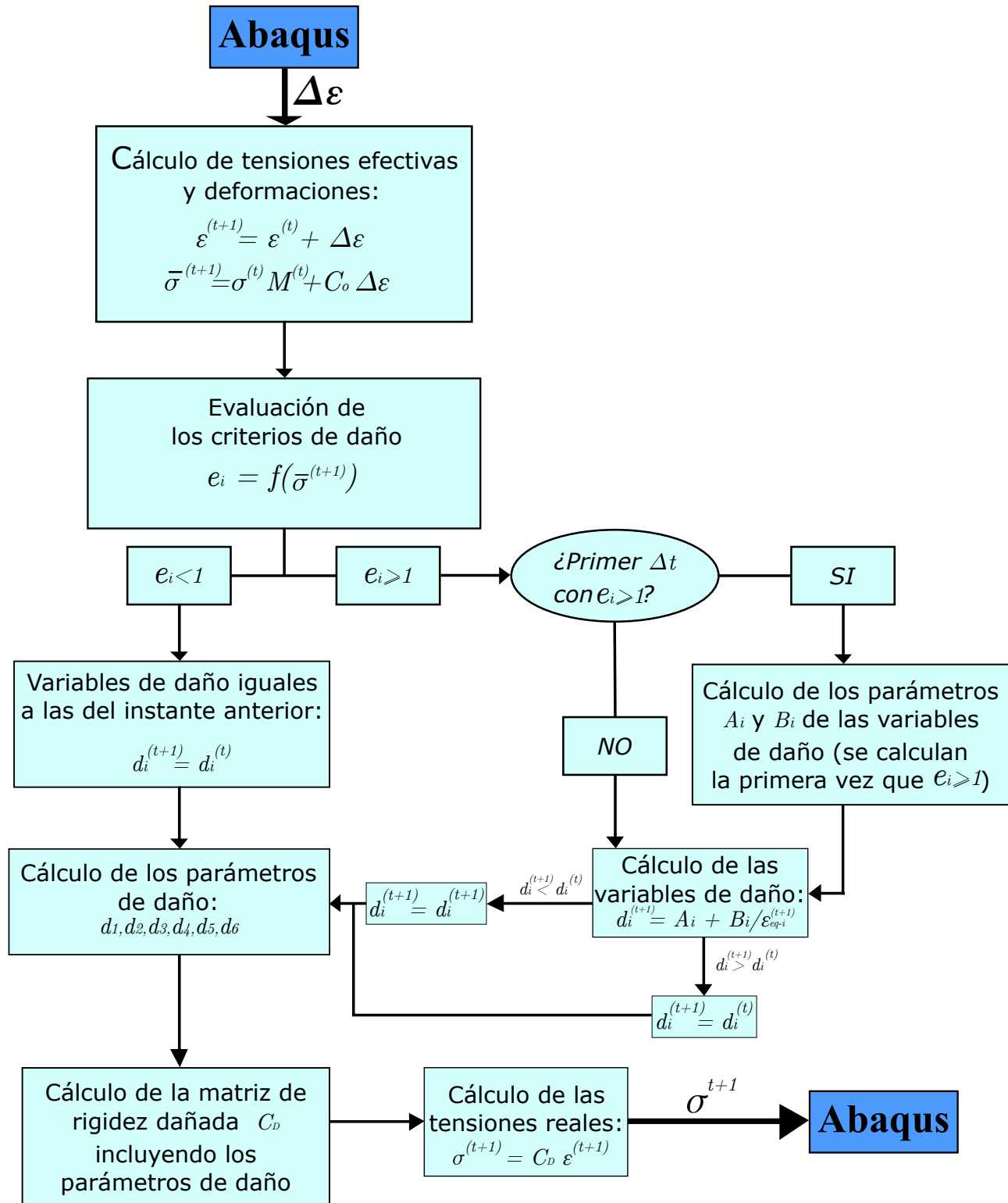


Figura 4.2: Esquema de la implementación de la subrutina VUMAT del modelo desarrollado.

4.4. Ejemplo de implementación del modelo de daño

Para comprobar el correcto funcionamiento del modelo desarrollado, se ha implementado en un sencillo modelo numérico de un único elemento finito. Sobre este elemento se aplica desplazamiento en dirección de las fibras, de la matriz y de la matriz fuera del plano para comprobar que el daño evoluciona correctamente.

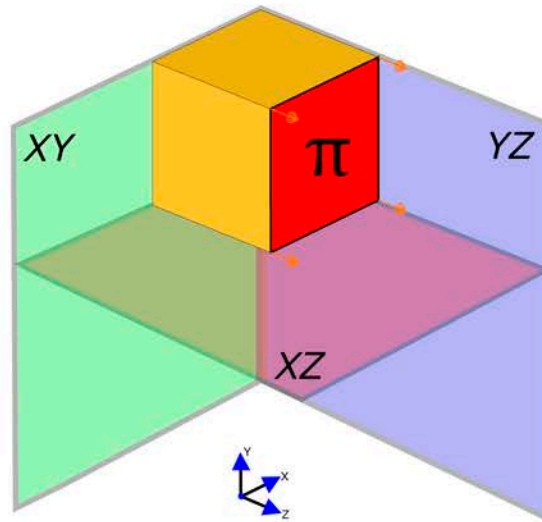


Figura 4.3: Modelo numérico creado en Abaqus/CAE.

En la figura 4.3 se muestra el elemento simulado, sobre el que se han aplicado las siguientes condiciones de contorno:

- **Simetrías:** como se ha modelado únicamente un octavo de cubo, se han aplicado simetrías en los planos XY e YZ posterior del cubo, y en el plano XZ inferior del cubo para poder simular correctamente un ensayo de tracción o compresión.
- **Desplazamiento:** el desplazamiento del cubo se aplica siempre en la dirección del eje Z sobre los nodos del plano π , el cual no tiene condición de simetría aplicada.
- **Dirección del laminado:** la dirección del laminado en el cubo es modificada para hacer coincidir en la dirección Z la dirección del laminado ensayada a tracción o compresión. Por ejemplo, cuando se simula un ensayo de fibras a tracción o compresión, la dirección de estas coincidirá con el eje Z.

Se han realizado diferentes simulaciones que son detalladas a continuación:

- **Tracción en dirección de las fibras.** La primera simulación realizada consiste en aplicar tracción en dirección de las fibras hasta que se dañe parcialmente el material, después se descarga el elemento para finalmente volver a aplicar tracción hasta el daño total.

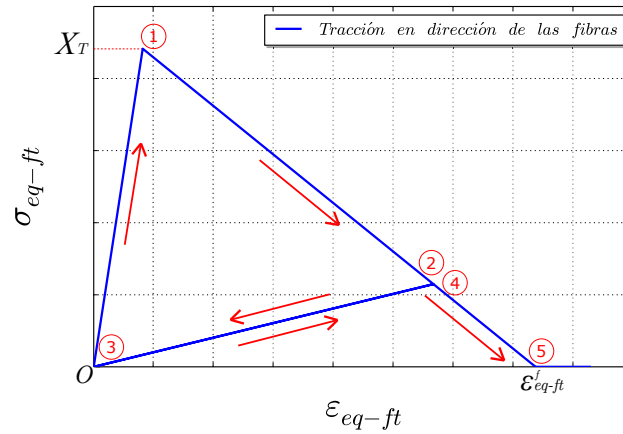


Figura 4.4: Gráfica tensión vs. deformación equivalentes de fibras a tracción.

En la figura 4.4 se representa la tensión frente a la deformación equivalentes de las fibras a tracción (σ_{eq-ft} vs. ε_{eq-ft}), que coinciden con la tensión y deformación en dicha dirección (σ_{11} vs. ε_{11}). En esta simulación, se aplica tracción en dirección de las fibras sobre el elemento, comenzando a dañarse para $\sigma_{eq-ft} = X_T$ (1), y continuando la progresión del daño hasta el momento (2) en el que el elemento se descarga hasta llegar a una deformación nula (3). Posteriormente, se vuelve a cargar por la misma rama llegando al mismo punto donde comenzó la descarga (4) y se continua aplicando tracción hasta llegar al daño total (5), momento en el cual la tensión del elemento es igual a cero.

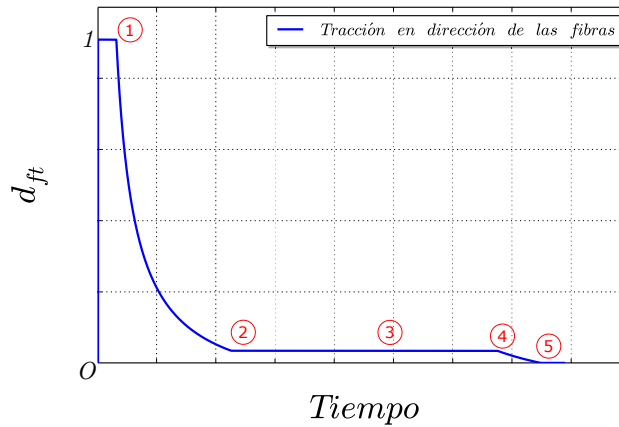


Figura 4.5: Gráfica de la variable de daño de las fibras a tracción.

En la figura 4.5 está representada la variable de daño de las fibras a tracción correspondiente al anterior ejemplo descrito frente al tiempo. Ésta es igual a 1 hasta que comienza el daño (1), disminuye desde un valor de 1 durante la primera tracción que se aplica hasta un valor aproximado de 0,1, correspondiente al inicio de la descarga (2), se mantiene constante durante la descarga (3) y hasta que se vuelve a aplicar tracción (4), y se reduce a 0 cuando se alcanza el daño total (5).

La tensión y la variable de daño se reducen correctamente hasta cero, y la energía absorbida por el elemento hasta el daño total coincide con la energía de fractura del material en la dirección dañada, por lo que se puede concluir que el modelo ha funcionado correctamente.

- **Compresión en dirección de las fibras.** La segunda simulación realizada consiste en aplicar compresión en dirección de las fibras hasta el daño total.

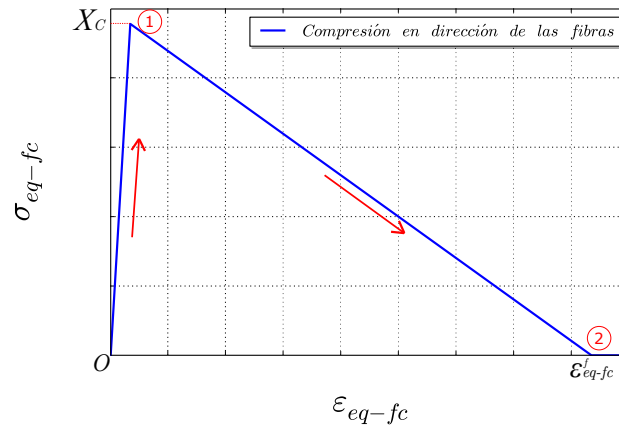


Figura 4.6: Gráfica tensión vs. deformación equivalentes de fibras a compresión.

En la figura 4.6 se representa la tensión frente a la deformación equivalentes de las fibras a compresión (σ_{eq-fc} vs. ε_{eq-fc}), que coinciden con la tensión y deformación en dicha dirección, pero en valor absoluto ($|\sigma_{11}|$ vs. $|\varepsilon_{11}|$). En esta simulación, se aplica compresión en dirección de las fibras, comenzando a dañarse para $\sigma_{eq-fc} = X_c$ (1), hasta llegar al daño total (2), momento en el cual la tensión del elemento es igual a cero.

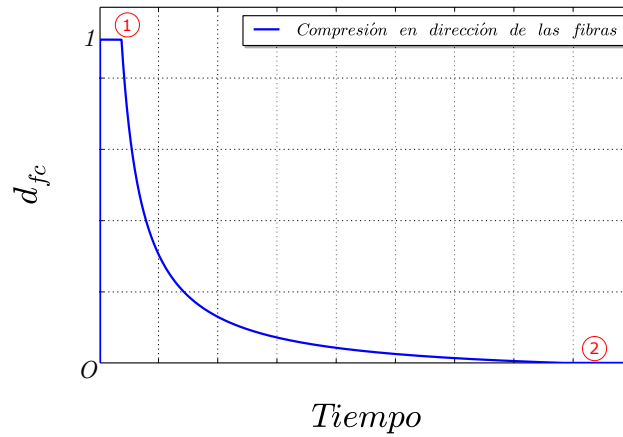


Figura 4.7: Gráfica de la variable de daño de las fibras a compresión.

En la figura 4.7 está representada la variable de daño de las fibras a compresión correspondiente al anterior ejemplo descrito frente al tiempo. Ésta es igual a 1 hasta que comienza el daño (1) y se reduce a 0 cuando llega al daño total (2).

La tensión y la variable de daño se reducen correctamente hasta cero, y la energía absorbida por el elemento hasta el daño total coincide con la energía de fractura del material en la dirección dañada, por lo que se puede concluir que el modelo ha funcionado correctamente.

■ **Tracción-compresión-tracción hasta el daño total en dirección de las fibras.**

La siguiente simulación realizada sirve para comprobar el correcto funcionamiento del fenómeno de cierre de grietas en dirección de las fibras.

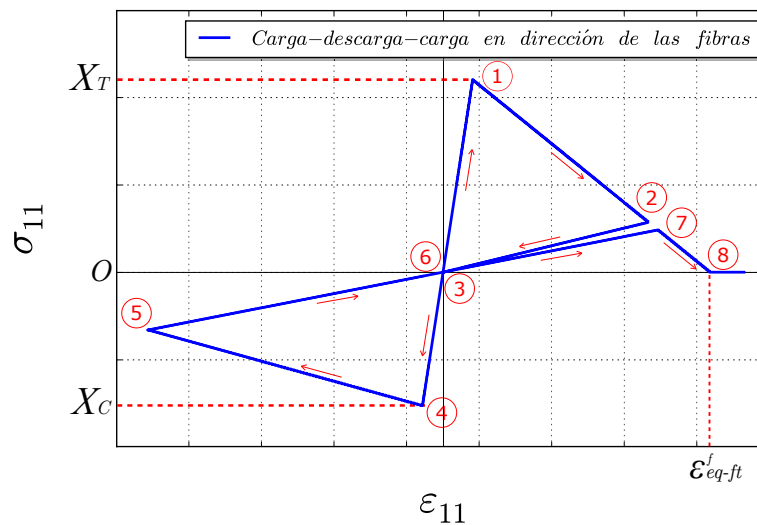


Figura 4.8: Gráfica tensión vs. deformación en dirección de las fibras.

En la figura 4.8 se representa la tensión frente a la deformación en dirección de las fibras (σ_{11} vs. ε_{11}), en vez de las tensiones y deformaciones equivalentes, para mostrar el cumplimiento del citado fenómeno.

Se aplica tracción sobre el elemento, comenzando a dañarse (a tracción) en dirección de las fibras para $\sigma_{11} = X_T$ (1); según se va aumentando la deformación, continúa la progresión del daño hasta que comienza la descarga del elemento (2). El elemento se descarga hasta que alcanza una deformación nula (3). Después se aplica compresión en dirección de las fibras sobre el elemento, comenzando a dañarse (a compresión) en dirección de las fibras para $\sigma_{11} = X_C$ (4).

Si se observa la pendiente de la tensión durante la compresión hasta que comienza el daño (3-4), dicha pendiente no está afectada por el daño de las fibras a tracción, ya que es mayor que la pendiente de descarga, debido al fenómeno del cierre de grietas, según el cual si el elemento está dañado a tracción y luego se comprime, se cierran las grietas y, por tanto, a compresión es un elemento sin daño.

Tras comenzar el daño a compresión (4), según va aumentando la deformación continúa su progresión hasta alcanzar un daño superior (5) al correspondiente a la fase de tracción (el daño es mayor en 5 que en 2), por lo que en el siguiente tramo de simulación en el que se vuelve a aplicar tracción en dirección de las fibras sobre el elemento hasta llegar al daño total (6-7-8), la pendiente de carga (6-7) debe ser igual a la de descarga de la compresión (5-6).

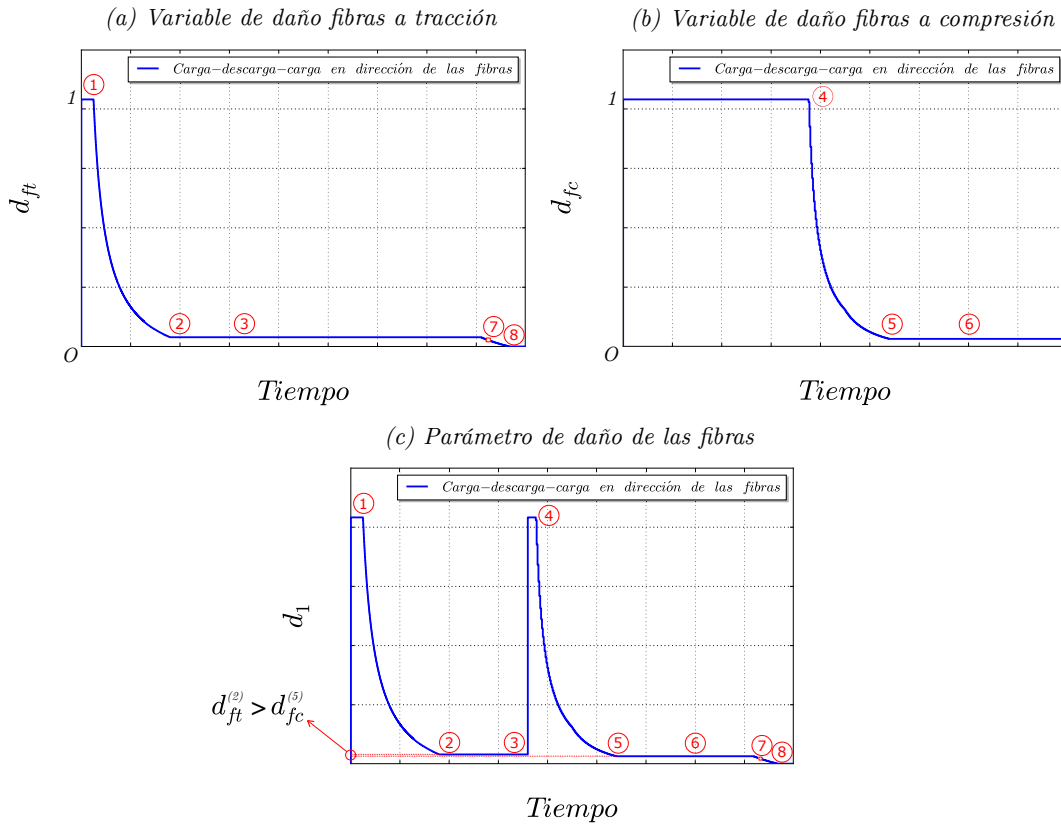


Figura 4.9: Variables y parámetro de daño de las fibras.

En la figura 4.9 se representa la variable de daño de las fibras a tracción d_{ft} (figura 4.9 (a)), la variable de daño de las fibras a compresión d_{fc} (figura 4.9 (b)) y el parámetro de daño en dirección de las fibras d_1 (figura 4.9 (c)). Durante la tracción (0-1-2) y su descarga (2-3), d_1 coincide con d_{ft} . Cuando comienza la compresión (3), d_1 vuelve a ser igual a 1 (debido al citado fenómeno de cierre de grietas), y coincide esta vez con d_{fc} . Se aplica compresión hasta que comienza el daño (4) y progresa hasta que el daño a compresión es mayor que el producido en la primera tracción (5). Después, el elemento es descargado (6) hasta alcanzar una deformación nula y se vuelve a aplicar tracción hasta el instante en que el daño de las fibras a tracción es idéntico al daño a compresión (7); hasta ese momento, el parámetro de daño d_1 es igual a d_{fc} , ya que $d_{ft}^{(2)} > d_{fc}^{(5)}$ y, por tanto, el daño a compresión es mayor (recordar que cuanto menor es el valor de la variable de daño mayor es el daño existente en la dirección de dicha variable). Finalmente, se continúa aplicando tracción sobre el elemento hasta el daño total a tracción (8). Desde el instante (7) hasta el daño total el parámetro de daño d_1 es igual a d_{ft} .

Con esta simulación se ha demostrado que el modelo cumple con el fenómeno del cierre de grietas en dirección de las fibras, según el cual, si la dirección de las fibras está dañada a tracción y después se comprime en la misma dirección, se considera sin daño alguno en la misma.

- **Tracción en dirección de la matriz.** La primera simulación llevada a cabo en dirección de la matriz consiste en aplicar tracción en dicha dirección hasta el daño total.

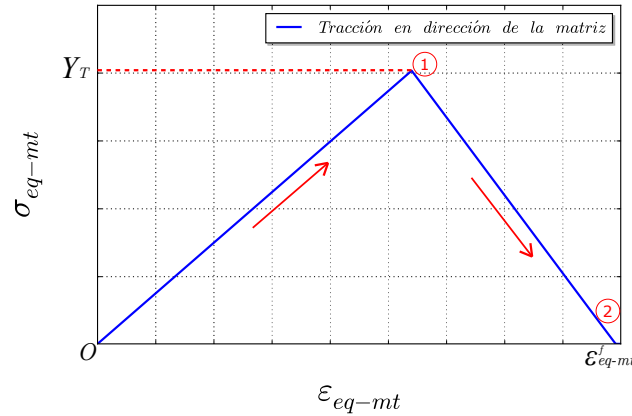


Figura 4.10: Gráfica tensión vs. deformación equivalentes de matriz a tracción.

En la figura 4.10 se representa la tensión frente a la deformación equivalentes de la matriz a tracción, que coinciden con ambas en dirección de la matriz (σ_{22} y ε_{22}) al sólo existir carga en dicha dirección. Se aplica tracción sobre el elemento, comenzando a dañarse para $\sigma_{eq-mt} = Y_T$ (1), hasta llegar al daño total (2), momento en el cual la tensión del elemento es igual a cero.

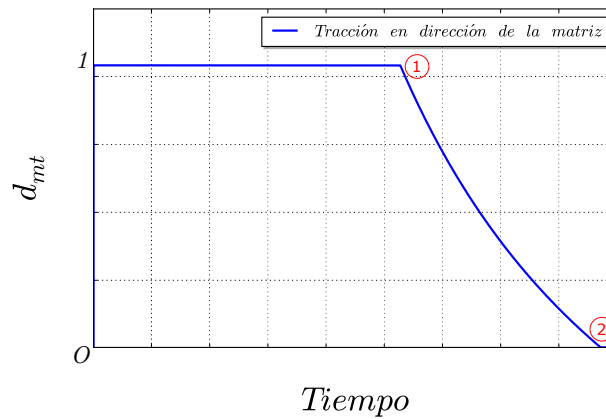


Figura 4.11: Gráfica de la variable de daño de la matriz a tracción.

En la figura 4.11 está representada la variable de daño de la matriz a tracción correspondiente al anterior ejemplo descrito frente al tiempo. Esta es igual a 1 hasta que comienza el daño (1) y se reduce a 0 cuando el daño es total (2).

La tensión y la variable de daño se reducen correctamente hasta cero, y la energía absorbida por el elemento hasta el daño total coincide con la energía de fractura del material en la dirección dañada, por lo que se puede concluir que el modelo ha funcionado correctamente.

- **Compresión en dirección de la matriz.** La siguiente simulación llevada a cabo en dirección de la matriz consiste en aplicar compresión en dicha dirección hasta el daño total.

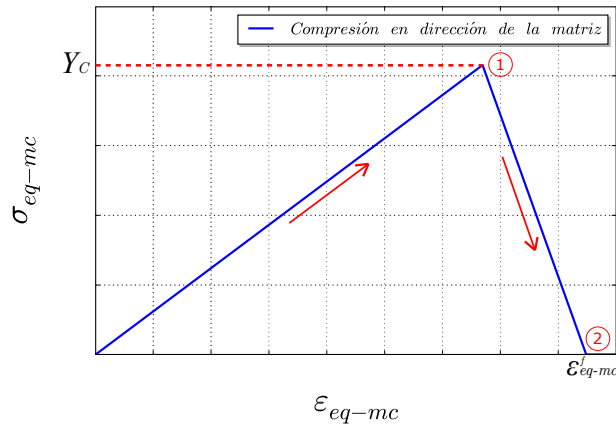


Figura 4.12: Gráfica tensión vs. deformación equivalentes de matriz a compresión.

En la figura 4.12 se representa la tensión frente a la deformación equivalentes de la matriz a compresión, que coinciden con la tensión y deformación en dirección de la matriz, pero en valor absoluto ($|\sigma_{22}|$ y $|\epsilon_{22}|$), al sólo existir carga en dirección de la matriz. En esta simulación se aplica compresión en dirección de la matriz, comenzando a dañarse para $\sigma_{eq-mc} = Y_C$, hasta llegar al daño total (2), momento en el cual la tensión del elemento es igual a cero.

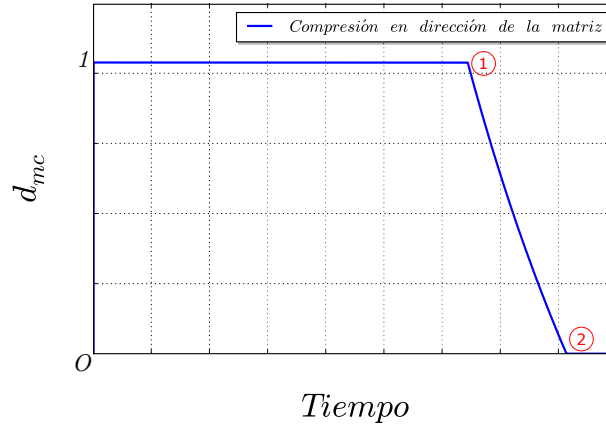


Figura 4.13: Gráfica de la variable de daño de la matriz a compresión.

En la figura 4.13 está representada la variable de daño de la matriz a compresión correspondiente al anterior ejemplo descrito frente al tiempo. Ésta es igual a 1 hasta que comienza el daño (1) y se reduce a 0 cuando llega al daño total (2).

La tensión y la variable de daño se reducen correctamente hasta cero, y la energía absorbida por el elemento hasta el daño total coincide con la energía de fractura del material en la dirección dañada, por lo que se puede concluir que el modelo ha funcionado correctamente.

■ **Tracción en dirección de la matriz y tensión tangencial σ_{23} en combinación.**

Otra simulación llevada a cabo en dirección de la matriz consiste en un caso combinado de carga, en el que existe tensión σ_{22} de tracción y tensión tangencial σ_{23} . El principal objetivo es comprobar la influencia de las tensiones tangenciales en el daño en dirección de la matriz.

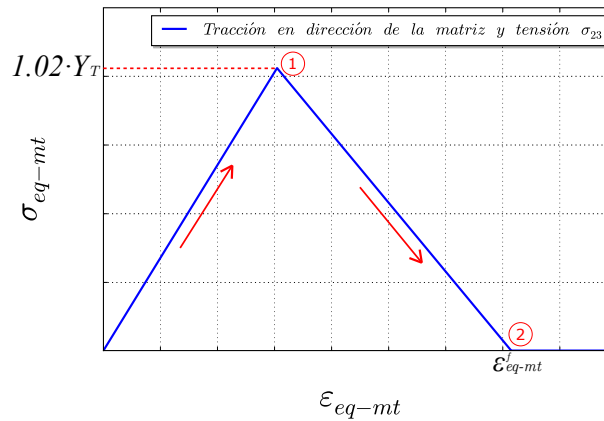


Figura 4.14: Gráfica tensión vs. deformación equivalentes de matriz a tracción (II).

En la figura 4.14 se representa la tensión frente a la deformación equivalentes de la matriz a tracción. En esta simulación, se aplica desplazamiento en dirección de la matriz y en dirección tangencial sobre el elemento, comenzando a dañarse para $\sigma_{eq-mt} = 1,02Y_T$ (1), hasta llegar al daño total (2). Comparando la figura 4.14 con la figura 4.10 de la simulación de matriz a tracción, el valor máximo de la tensión equivalente es un 2 % superior a la resistencia del material a tracción en dirección de la matriz. Esta diferencia se debe a que la energía absorbida en este caso combinado es diferente al caso de tracción uniaxial en dirección de la matriz. La energía absorbida por el material en dirección de la matriz siempre es una energía equivalente en la que se tiene en cuenta la existencia de tensiones tangenciales a través de sus energías críticas de fractura (ver sección 4.2.3). Cuando no existen tensiones tangenciales, la energía equivalente es directamente la energía crítica de fractura del material en la dirección correspondiente, pero en esta simulación, al existir tensión tangencial σ_{23} , tiene un valor superior.

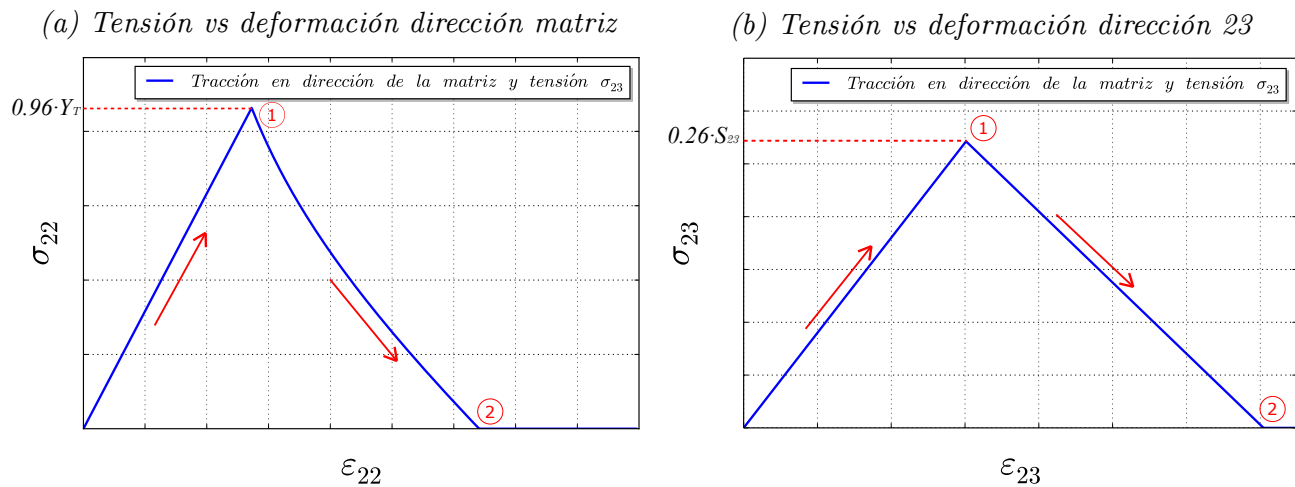


Figura 4.15: Tensión vs. deformación en dirección de las fibras y tangencial.

Observando la figura 4.15 (a) puede observarse como la tensión σ_{22} no llega al valor máximo admisible al comenzar el daño (1), sino que dicho daño comienza cuando es igual al 96 % de dicho valor. Aunque la diferencia es pequeña, debe existir, ya que en ese instante existe una tensión tangencial (figura 4.15 (b)) que conlleva que se cumpla el criterio de iniciación del daño de la matriz a tracción, y por tanto, comience a evolucionar el daño.

- **Tracción y compresión hasta el daño total en dirección de la matriz.** La última simulación llevada a cabo en dirección de la matriz consiste en aplicar tracción sobre el elemento en dicha dirección hasta que se daña parcialmente, después se descarga el elemento para finalmente aplicar compresión hasta el daño total.

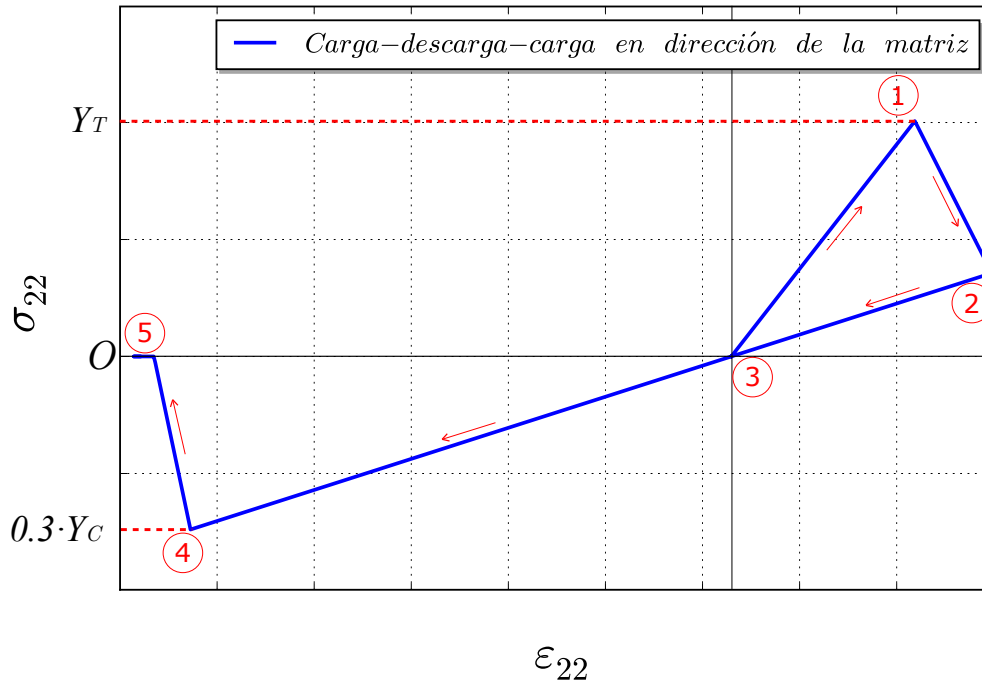


Figura 4.16: Gráfica tensión vs. deformación en dirección de la matriz.

En la figura 4.16 se representa la tensión frente a la deformación en dirección de la matriz (σ_{22} vs. ϵ_{22}). Se aplica tracción sobre el elemento, comenzando a dañarse (a tracción) en dirección de la matriz para $\sigma_{22} = Y_T$; según se va aumentando la deformación, continúa la progresión del daño hasta que comienza la descarga del elemento (2). El elemento se descarga hasta que alcanza una deformación nula (3). Después se aplica compresión en dirección de la matriz sobre el elemento hasta el momento (4) en que el daño a compresión es igual al existente a tracción. Finalmente, el daño a compresión evoluciona hasta el daño total (5), momento en el cual la tensión del elemento es igual a cero.

Si se observa la pendiente de la tensión durante la compresión (hasta que el daño de la matriz a compresión es igual al existente a tracción), coincide con la descarga de la primera tracción aplicada. Esto último demuestra que en dirección de la matriz no se tiene en cuenta el anteriormente citado fenómeno de cierre de grietas.

- **Compresión en dirección de la matriz fuera del plano.** La última simulación realizada consiste en aplicar compresión en dirección de la matriz fuera del plano hasta el daño total.

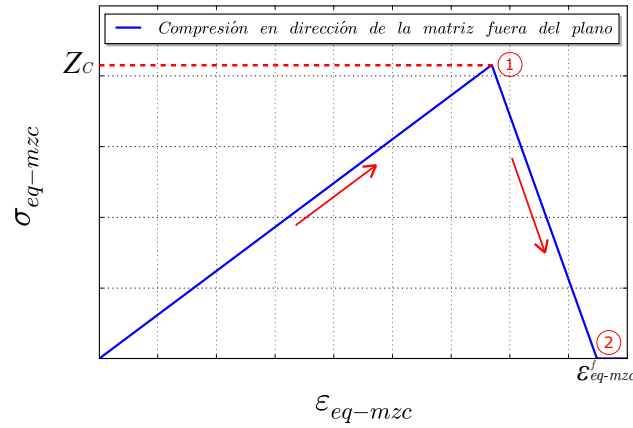


Figura 4.17: Gráfica tensión vs. deformación equivalentes de matriz a compresión fuera del plano.

En la figura 4.17 se representa la tensión frente a la deformación equivalentes de la matriz a compresión fuera del plano, que coinciden con la tensión y deformación en dirección de la matriz fuera del plano, pero en valor absoluto ($|\sigma_{33}|$ y $|\varepsilon_{33}|$) al sólo existir carga en dicha dirección. En esta simulación, se aplica compresión en dirección de la matriz fuera del plano, comenzando a dañarse para $\sigma_{eq-mzc} = Z_C$ (1), hasta llegar al daño total (2).

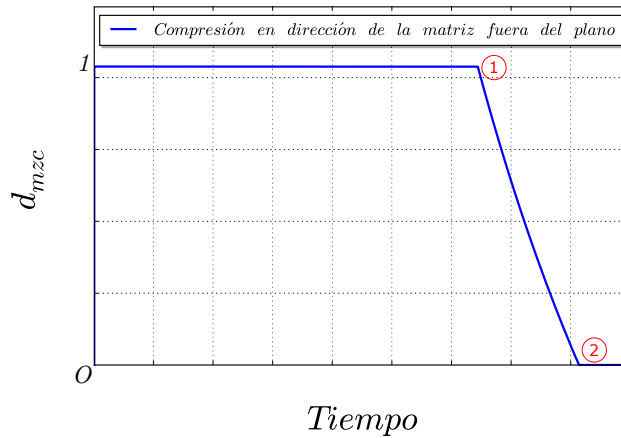


Figura 4.18: Gráfica de la variable de daño de matriz a compresión fuera del plano.

En la figura 4.18 está representada la variable de daño de la matriz a compresión fuera del plano correspondiente al anterior ejemplo descrito frente al tiempo. Ésta es igual a 1

hasta que comienza el daño (1) y se reduce a 0 cuando llega al daño total (2). La tensión y la variable de daño se reducen correctamente hasta cero, y la energía absorbida por el elemento hasta el daño total coincide con la energía de fractura del material en la dirección dañada, por lo que se puede concluir que el modelo ha funcionado correctamente.

Tras comprobar que el funcionamiento del modelo desarrollado en esta tesis es el esperado, se procede a modelizar numéricamente el impacto de fragmentos de material compuesto contra una placa rígida.

4.5. Modelización numérica del impacto de fragmentos de material compuesto

Una vez presentado el modelo de daño continuo desarrollado en esta tesis, su implementación numérica y su aplicación en un sencillo modelo numérico, se detalla a continuación el modelo numérico desarrollado para reproducir el impacto de fragmentos de material compuesto. El principal objetivo es desarrollar una herramienta para reproducir de manera virtual el impacto de fragmentos de material compuesto. Este tipo de herramientas pueden reducir considerablemente los costes en el desarrollo de estructuras aeronáuticas porque se puede eliminar el número de ensayos experimentales necesarios para evaluar las estructuras.

Se han simulado los dos tipos de fragmento de material compuesto empleados y la placa rígida sobre la que impactan.

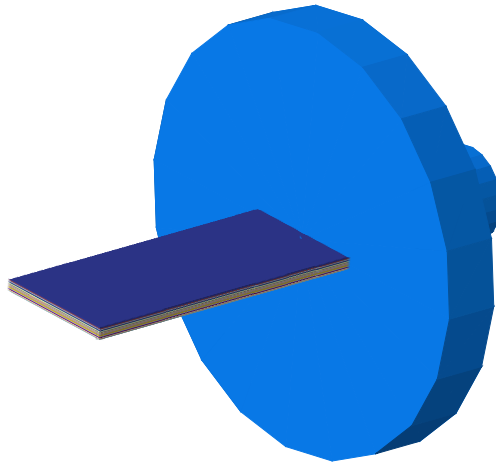


Figura 4.19: Modelo numérico creado en Abaqus/CAE.

En la figura 4.19 puede verse una imagen del modelo creado. En las siguientes secciones se describe con detalle cada parte del mismo.

4.5.1. Modelado de los fragmentos de material compuesto

Tal y como se explica en la sección 3.2, el material compuesto empleado se cortó en fragmentos de 100×42 mm x mm. En la figura 4.20 pueden verse los fragmentos numéricos.

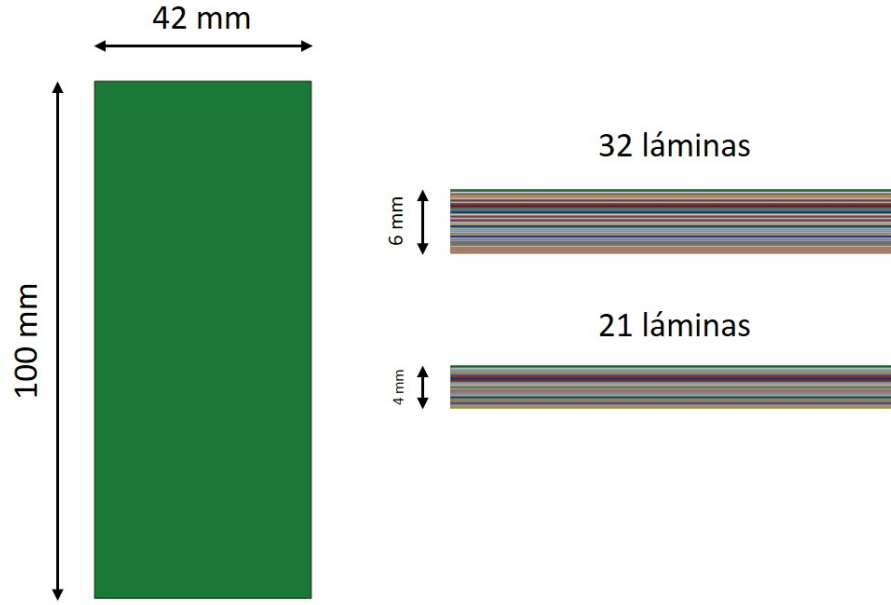


Figura 4.20: Dimensiones de los fragmentos de material compuesto.

Los fragmentos de 6 mm de espesor están formados por 32 láminas mientras que los fragmentos más delgados (4 mm de espesor) incluyen 21 láminas. Las secuencias de apilamiento de cada tipo de fragmento pueden consultarse en la tabla 3.1 y las propiedades del material compuesto empleado (AS4/8552) pueden consultarse en la tabla 4.1.

E_1 (MPa)	E_2 (MPa)	E_3 (MPa)	$\nu_{12} = \nu_{13}$	ν_{23}	$G_{12} = G_{13}$ (MPa)	G_{23} (MPa)	ρ (T/mm ³)
135000	9600	9600	0.32	0.487	5300	4500	1.58e-9
X_T (MPa)	X_C (MPa)	Y_T (MPa)	Y_C (MPa)	S_{12} (MPa)	S_{13} (MPa)	S_{23} (MPa)	Z_C (MPa)
2207	1531	80.7	199.8	114.5	114.5	102.3	199.8
\mathcal{G}_{ft} (N/mm)	\mathcal{G}_{fc} (N/mm)	\mathcal{G}_{mt} (N/mm)	\mathcal{G}_{mc} (N/mm)	\mathcal{G}_{12} (N/mm)	\mathcal{G}_{13} (N/mm)	\mathcal{G}_{23} (N/mm)	\mathcal{G}_{zc} (N/mm)
81.5	106.3	0.28	1.313	0.79	0.79	0.79	1.313

Tabla 4.1: Propiedades del material compuesto AS4/8552 [8, 15–17].

Para simular el mecanismo de daño de la delaminación, se han empleado interacciones cohesivas, posibilidad que ofrece Abaqus. En concreto, se ha creado una interacción cohesiva entre cada lámina para simular lo más fielmente posible el fenómeno real, llegando a un total de 31 interacciones para los fragmentos más gruesos y 20 para los más delgados (ver figura 4.21).

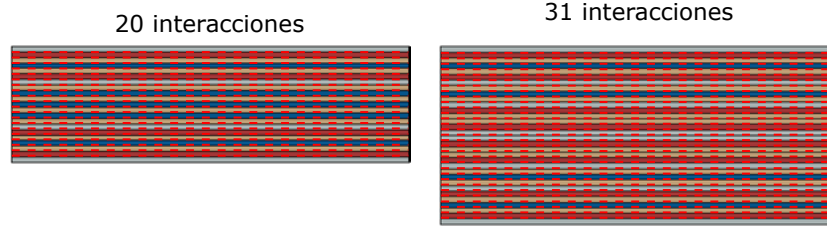


Figura 4.21: Interacciones cohesivas creadas en los fragmentos de material compuesto.

Se han empleado interacciones cohesivas en vez de elementos cohesivos para prevenir problemas de distorsión de los posibles elementos cohesivos. Para el comportamiento de dichas interacciones, se ha recurrido a un comportamiento elástico lineal hasta el comienzo del daño, momento en el que se comienzan a separar las superficies implicadas en la interacción. Para determinar el inicio del daño, se ha empleado un criterio cuadrático implementado en Abaqus [12] basado en las tensiones del contacto:

$$I_f = \left(\frac{\langle t_n \rangle}{t_n^o} \right)^2 + \left(\frac{t_s}{t_s^o} \right)^2 + \left(\frac{t_t}{t_t^o} \right)^2 \quad (4.73)$$

donde t_n , t_s y t_t son las tensiones interlaminares en dirección normal y en las dos direcciones tangenciales, respectivamente, y t_n^o , t_s^o y t_t^o son sus respectivos valores máximos admisibles.

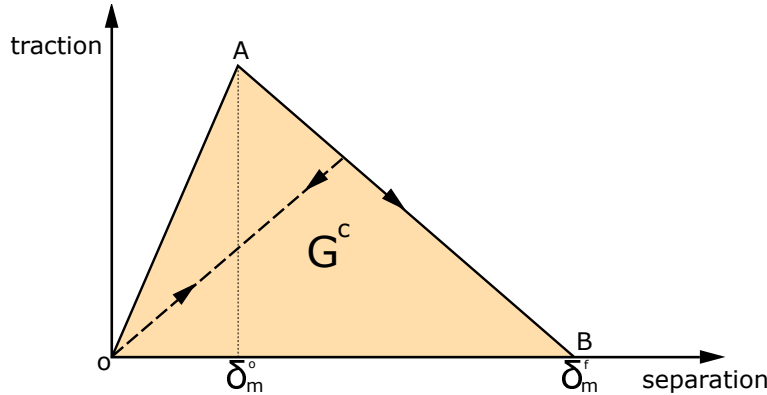


Figura 4.22: Modelo de comportamiento de las interacciones cohesivas con degradación lineal [12].

El fallo se produce después de una degradación progresiva de la rigidez de forma lineal (ver figura 4.22). Para la degradación lineal, Abaqus emplea una variable de daño cuya expresión es:

$$D = \frac{\delta_m^f (\delta_m^{max} - \delta_m^o)}{\delta_m^{max} (\delta_m^f - \delta_m^o)} \quad (4.74)$$

donde δ_m^f es la separación efectiva cuando ocurre el fallo final de la interacción, δ_m^o es la separación efectiva al inicio del fallo y δ_m^{max} es la máxima separación que ha sufrido la interacción en todo el proceso de degradación. Para calcular la separación efectiva en el fallo final, se emplea la siguiente expresión:

$$\delta_m^f = \frac{2 G^C}{T_{eff}^o} \quad (4.75)$$

donde T_{eff}^o es la tensión efectiva al inicio del fallo y G^C es la energía disipada hasta el comienzo del fallo y durante la degradación de la interacción. Se ha elegido una ley basada en los criterios de fractura de Benzeggagh-Kenane (BK), y que es particularmente útil cuando las energías de fractura en direcciones tangenciales es la misma, como el caso que nos ocupa:

$$G^C = G_n^C + (G_s^C - G_n^C) \left(\frac{G_s}{G_T} \right)^\eta \quad (4.76)$$

con

$$G_s = G_s + G_t \quad y \quad G_T = G_n + G_s \quad (4.77)$$

donde η es un parámetro de la interacción cohesiva, G_n y G_s son las energías disipadas en dirección normal y tangencial, respectivamente, y, G_s^C y G_n^C son las energías de fractura en dichas direcciones.

t_n^o (MPa)	$t_s^o = t_t^o$ (MPa)	G_n^C (N/mm)	G_s^C (N/mm)	η
80.7	114.5	0.2839	1.0985	1.45

Tabla 4.2: Parámetros de las interacciones cohesivas [8, 15].

Las propiedades de las interacciones cohesivas que son necesarias suministrar al programa pueden verse en la tabla 4.2.

4.5.2. Modelado de la placa rígida

Debido a que experimentalmente se ha comprobado que los daños sobre la placa rígida y su desplazamiento son prácticamente inexistentes, se decidió modelar dicha placa a través de un sólido rígido, sin propiedades materiales asignadas y sin malla, lo que se traduce en menor coste computacional. Numéricamente también se realizó un modelo en Abaqus con la placa rígida modelada como una placa de acero, y se observó igualmente que no sufría daños.

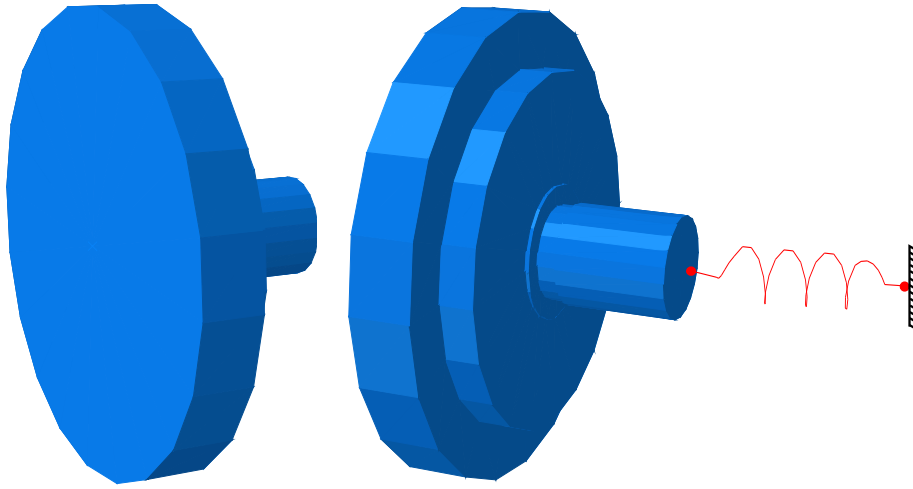


Figura 4.23: Placa rígida.

En la figura 4.23 puede verse una imagen de la placa rígida modelada, con las mismas características geométricas que el modelo real.

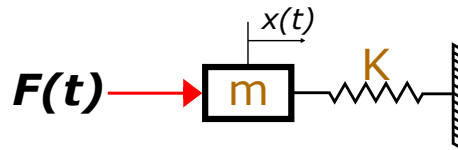


Figura 4.24: Conjunto masa-muelle de 1 GDL excitado por una fuerza externa.

Para calcular la fuerza numérica del impacto de los fragmentos de material compuesto contra la placa rígida, se ha modelado numéricamente un muelle que se encuentra unido a la placa en uno de sus extremos y empotrado en el otro (ver figura 4.23). De esta forma, se consigue modelar un sistema de una masa con muelle de un grado de libertad (ver figura 4.24), que es excitado

por una fuerza (la del impacto concretamente) que se calcula según la expresión:

$$F(t) = -m\ddot{x} - Kx \quad (4.78)$$

donde m es la masa de la placa real y es igual a 3.8Kg, K es la rigidez del muelle y se ha considerado un valor de $1,58 \cdot 10^6 \left[\frac{N}{mm} \right]$ (rigidez de una célula de carga comercial), \ddot{x} es la aceleración de la placa y x es el desplazamiento de la placa.

Esta fuerza numérica es posteriormente filtrada, al igual que ocurre con las aceleraciones experimentales, con un filtro paso bajo Butterworth con una frecuencia de corte de 15000Hz. Se ha comprobado, como en las fuerzas experimentales, que las señales filtradas poseen la misma energía que las originales, asegurando que el filtrado de éstas no genera ninguna pérdida de datos.

4.5.3. Mallado y condiciones de contorno de las lajas

El único elemento mallado del modelo numérico es el fragmento de material compuesto.

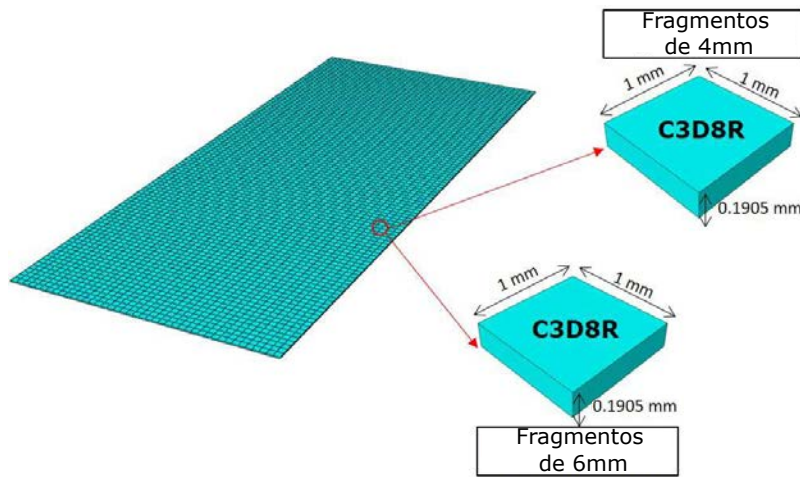


Figura 4.25: Mallado de los fragmentos de material compuesto.

Para el mallado de los fragmentos, se han empleado elementos tridimensionales de 8 nodos con integración reducida (C3D8R). Las dimensiones de los elementos de cada lámina pueden comprobarse en la figura 4.25. El espesor de cada lámina y el ancho y largo de cada elemento son idénticos para ambos tipos. En Abaqus, la longitud característica de un elemento tridimensional es igual a las raíz cúbica de su volumen. En el modelo numérico creado se ha asegurado que

la longitud característica de los elementos cumple con la condición impuesta por la expresión 4.17, asegurando que el área encerrada bajo la parte elástica de la curva tensión-deformación equivalentes de los elementos sea menor que la energía de fractura del material dividida por la longitud característica:

$$l_c < \frac{2 E_{eq} G_c}{\sigma_{eq}^o{}^2} \quad (4.79)$$

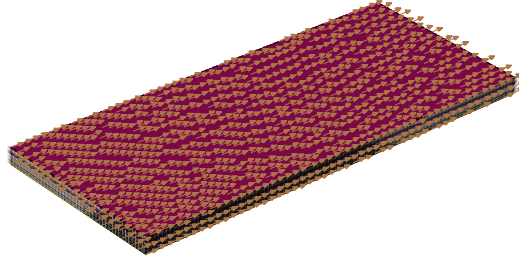


Figura 4.26: Velocidad inicial aplicada en un fragmento.

Respecto a las condiciones de contorno, sólo se aplican dos: la primera, la velocidad inicial sobre el fragmento de material compuesto (ver figura 4.26); la segunda, el empotramiento del extremo libre del muelle. Se han simulado velocidades desde 80 m/s hasta 180 m/s para obtener simulaciones en el mismo rango que en los ensayos experimentales.

Capítulo 5

Resultados

5.1. Introducción

En este capítulo se presentan y discuten los resultados obtenidos tanto en los ensayos experimentales como numéricos llevados a cabo. En primer lugar, se ha realizado un análisis cualitativo de los impactos de los fragmentos de material compuesto; a continuación, se exponen los resultados obtenidos, tanto experimentales como numéricos, a través del estudio de una serie parámetros: la erosión del fragmento, la evolución de la velocidad del fragmento durante el impacto, la fuerza de impacto producida y el impulso transmitido.

Tanto en el análisis cualitativo del impacto como en el estudio de la influencia de los diferentes parámetros, se muestran los resultados obtenidos en los impactos experimentales y numéricos al mismo tiempo, comparando entre sí las similitudes y diferencias existentes entre unos resultados y otros.

5.2. Estudio del proceso de impacto de los fragmentos de material compuesto

Los fragmentos de material compuesto han sido impactados según la dirección de las fibras contra una placa rígida, es decir, la dirección del impacto coincide con la dirección de las láminas orientadas a 0° de los fragmentos. En todos los fragmentos se produce un proceso de apertura de las láminas más externas (a lo largo del espesor) que hace que, en la zona de impacto, el

fragmento adquiriera una forma de doble viga en voladizo y que aparezca una importante erosión en las láminas intermedias. En las láminas más externas también existe erosión, aunque en menor medida. En la figura 5.1 puede verse el detalle de un fragmento dañado.

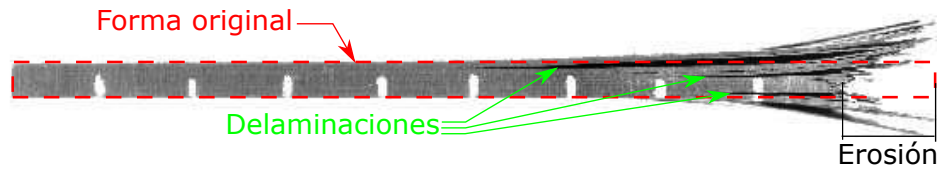


Figura 5.1: Detalle de un fragmento dañado.

En todos los impactos (tanto numéricos como experimentales), los fragmentos de material compuesto de los dos espesores estudiados fallaron de forma similar, y los principales mecanismos de fallo que aparecen en todos ellos son:

- **Fallo de la matriz a compresión:** en las láminas orientadas a 90° y $\pm 45^\circ$.
- **Fallo de las fibras a compresión:** en las láminas orientadas a 0° y $\pm 45^\circ$.
- **Delaminación:** se producen delaminaciones a lo largo de todo el espesor (ver figura 5.1).

Durante el proceso de fallo del fragmento anteriormente comentado, se han podido observar las siguientes etapas representadas en la figura 5.2:

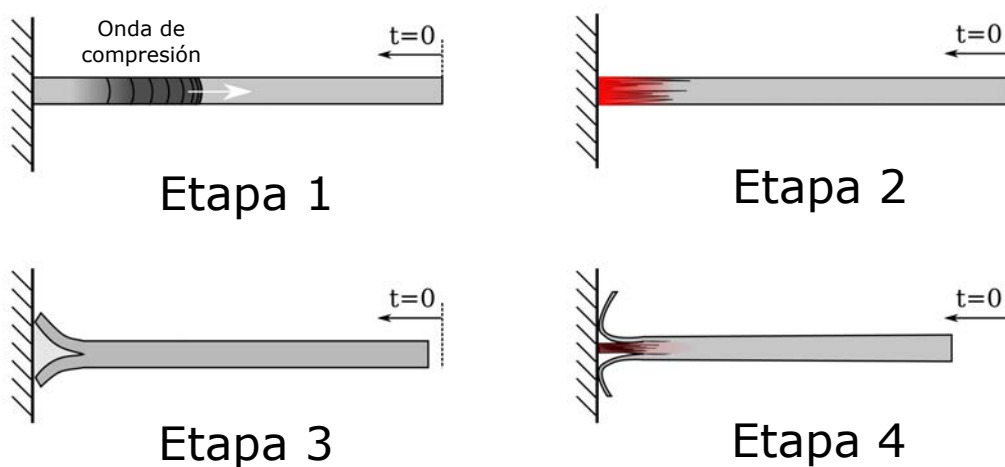


Figura 5.2: Etapas del impacto de los fragmentos de material compuesto.

- La primera etapa es el contacto con la placa rígida y su duración es muy corta. Si se considera que el contacto es elástico, la duración de esta etapa sería igual a $L/c \sim 20 \mu s$ donde L es la longitud de los fragmentos (100 mm) y c es la velocidad del sonido en el laminado ($\sim 5000 \text{ m/s}$). Durante ese tiempo, una onda de compresión elástica viajaría a la velocidad del sonido desde el punto de impacto hacia el otro extremo del fragmento. La deformación inducida por dicha onda en el fragmento ($\varepsilon = v_i/c \sim 2 \cdot 10^{-2}$) para una velocidad de impacto $v_i = 100 \text{ m/s}$, sería mayor que la deformación de fallo del laminado ($\varepsilon_f \sim 1 \cdot 10^{-2}$), y provocaría el fallo de éste. Experimentalmente se ha observado que para velocidades de impacto superiores a 50 m/s el contacto no es elástico debido a que a partir de esa velocidad aparece daño en los fragmentos.

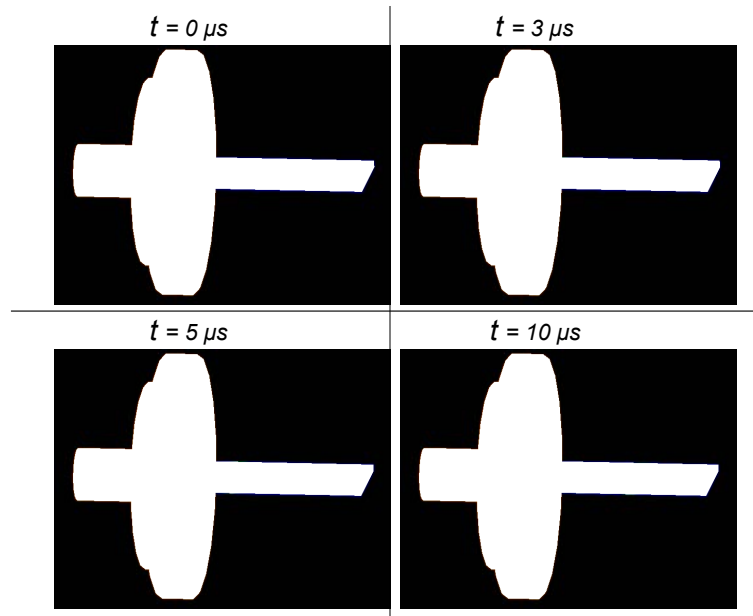


Figura 5.3: Onda de compresión en impacto numérico con $v_i = 100 \text{ m/s}$.

Esta primera etapa no puede observarse experimentalmente debido a su corta duración, pero sí en las simulaciones numéricas. En la figura 5.3 puede verse el avance de la onda de compresión producida en el contacto con la placa rígida en los primeros $10 \mu s$ de un impacto de un fragmento de 4 mm de espesor a 100 m/s .

- La segunda etapa es el fallo propiamente dicho, donde la parte frontal del fragmento en contacto con la placa rígida falla por mecanismos de compresión, tanto de la matriz como de las fibras, erosionando el fragmento según éste va avanzando.

- En la tercera etapa comienza el proceso de apertura de las láminas, en el que las láminas superiores e inferiores comienzan a despegarse de las intermedias de forma que el fragmento adquiere una forma de viga en doble voladizo en la zona de impacto.
- En la cuarta y última etapa, se desarrolla la apertura de láminas, despegándose las láminas más externas y provocando una importante erosión en las láminas intermedias que no se han despegado. Las láminas más externas también se erosionan pero en menor medida.

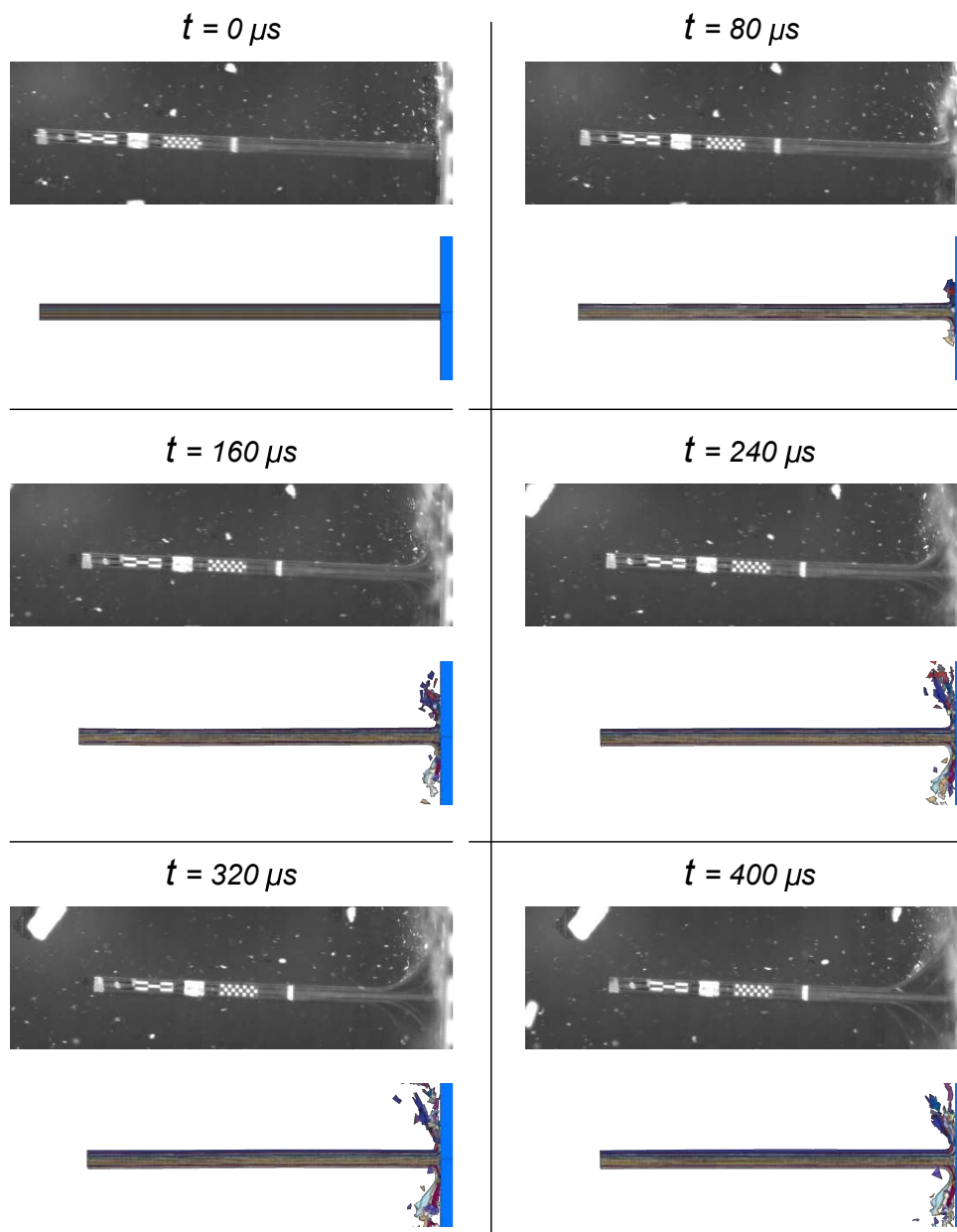


Figura 5.4: Secuencias de impacto de un fragmento de 4mm de espesor a 100 m/s.

En las figuras 5.4 y 5.5 se representan las secuencias de un impacto experimental y numérico de un fragmento de 4 mm de espesor con $v_i = 100 \text{ m/s}$ y de 6 mm de espesor con $v_i = 153 \text{ m/s}$. En ambas figuras se pueden identificar las etapas anteriormente descritas. Observando ambas secuencias de impacto, además de permitir identificar los distintos modos de fallo y etapas de los impactos, se comprueba que las simulaciones numéricas reproducen cualitativamente los ensayos experimentales.

Tras analizar los modos de fallo que aparecen en los impactos y las etapas que se suceden en los mismos, y comparar cualitativamente las simulaciones numéricas con los impactos experimentales, en las siguientes secciones se analizan los parámetros citados anteriormente: la erosión producida en los fragmentos, la evolución de la velocidad de dichos fragmentos durante los impactos, la fuerza de impacto producida sobre la placa rígida y el impulso transmitido.

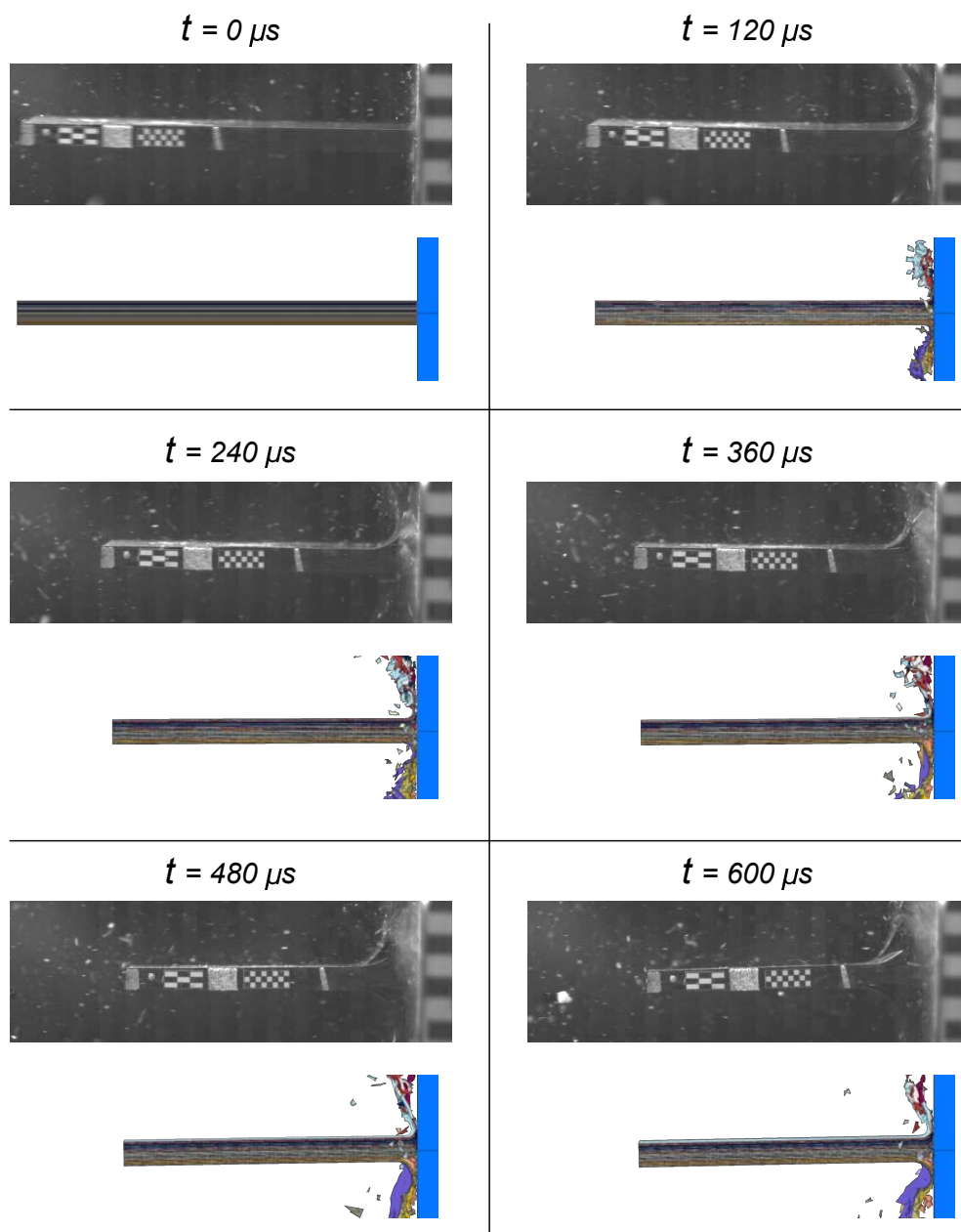


Figura 5.5: Secuencias de impacto de un fragmento de 6mm de espesor a 153 m/s.

5.3. Erosión

Como se ha mencionado anteriormente, los fragmentos impactados presentan una importante erosión. La distancia erosionada se ha obtenido midiendo la distancia entre el punto de mayor profundidad de las láminas más internas y el extremo de los fragmentos que se encuentra intacto y restando a la longitud intacta de los fragmentos ($L=100\text{mm}$) dicha distancia (ver figura 5.6).

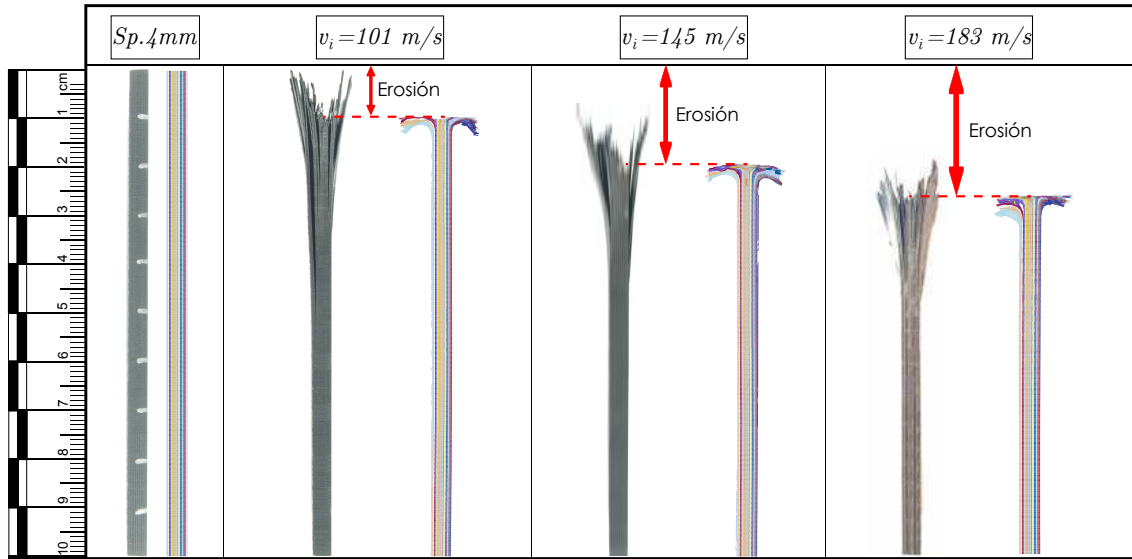


Figura 5.6: Fragmentos de 4mm impactados a diferentes velocidades.

En las figuras 5.6 y 5.7 se muestran las imágenes de varios fragmentos de 4 y 6 mm de espesor impactados, respectivamente. Se observa una clara relación entre la velocidad de impacto y la erosión producida, de forma que si aumenta la velocidad la erosión también lo hace, tanto en los impactos experimentales como en los numéricos. También se observa que el número de delaminaciones que se producen en los fragmentos sigue una tendencia inversa a la erosión frente a la velocidad, de manera que a menores velocidades de impacto el número de delaminaciones de los fragmentos es mayor. Esto último ocurre porque a velocidades más bajas las láminas más externas que se han despegado y comienzan a abrirse resisten durante más tiempo antes de romperse o sin llegar a romperse, provocando el despegue de láminas más internas, aumentando con esto último el número de delaminaciones en los fragmentos. Numéricamente las delaminaciones no se reproducen correctamente debido a que durante el proceso de apertura de las láminas externas, los elementos pertenecientes a dichas láminas se distorsionan y son eliminados de las

simulaciones numéricas, provocando que un menor número de láminas externas se despeguen y, por tanto, reduciendo las delaminaciones producidas.

El número de delaminaciones observadas experimentalmente es mayor en los fragmentos de mayor espesor debido a la mayor duración de la última etapa, anteriormente mencionada, en los impactos de los fragmentos gruesos (en la última etapa se producen las delaminaciones principalmente) y a su mayor número de láminas que ejercen mayor resistencia a la rotura.

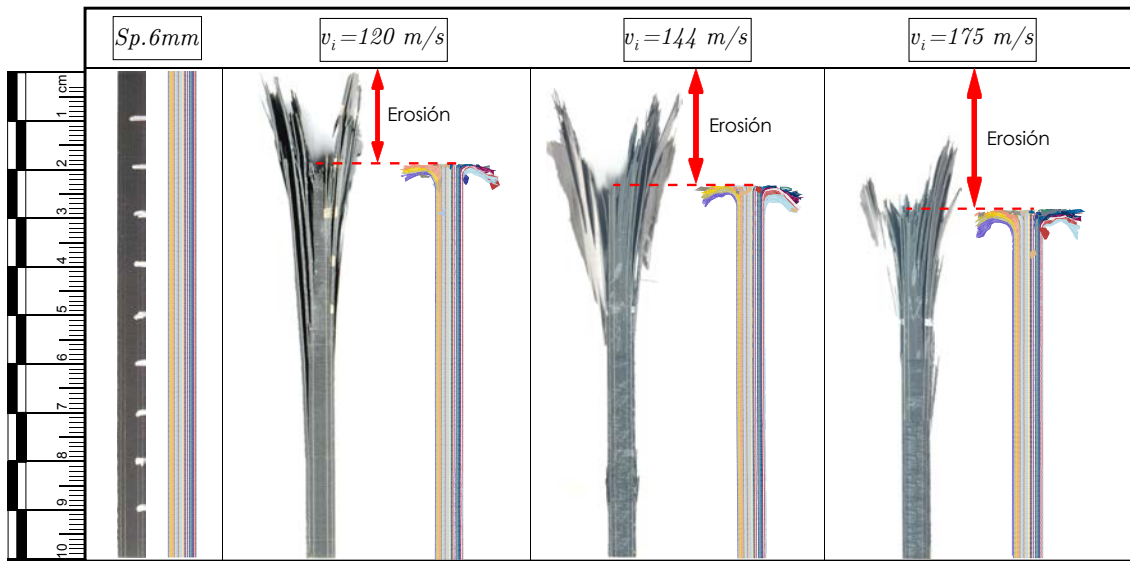


Figura 5.7: Fragmentos de 6mm impactados a diferentes velocidades.

Al igual que sucede con la velocidad de impacto, si aumenta la energía cinética del mismo también lo hace la erosión de los fragmentos. La energía cinética inicial de los fragmentos se expresa según:

$$E_{ci} = \frac{1}{2} m_i v_i^2 \quad (5.1)$$

donde m_i es la masa inicial del fragmento y v_i es la velocidad de impacto. Se puede suponer que esta energía es absorbida a través de tres mecanismos de fallo:

- Delaminación: la energía absorbida a través de este mecanismo de fallo se puede calcular según la expresión:

$$E_d = G_{Ic} y_d w n \quad (5.2)$$

donde G_{Ic} es la energía crítica de fractura en modo I, y_d es la longitud del fragmento delaminado, w es el ancho del fragmento y n es el número de láminas delaminadas.

- Deformación elástica: la energía absorbida a través de este mecanismo de fallo se puede calcular como:

$$E_e = \frac{1}{2} E_{eq} \varepsilon_f^2 w L e \quad (5.3)$$

donde E_{eq} es el módulo elástico equivalente del laminado, ε_f es la deformación de fallo del laminado, L es la longitud del fragmento y e es el espesor del fragmento.

- Erosión de los fragmentos: la energía absorbida a través de este mecanismo de fallo se puede estimar como:

$$E_c = \sigma_c A_r h_e \quad (5.4)$$

donde σ_c es la resistencia del laminado, h_e es la distancia erosionada del fragmento y A_r es el área frontal reducida por la apertura de láminas del fragmento. Dicha área reducida es el área que se encuentra en contacto con la placa rígida tras iniciarse la apertura de láminas (figura 5.8).

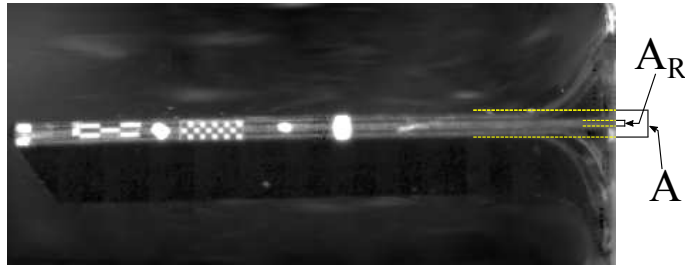


Figura 5.8: Área frontal inicial y reducida de un fragmento impactado a $v=79\text{m/s}$.

Igualando la energía absorbida por los mecanismos de fallo considerados a la energía cinética inicial de los impactos, se obtiene la ecuación:

$$\frac{1}{2} m_i v_i^2 = G_{Ic} y_d w n + \frac{1}{2} E_{eq} \varepsilon_f^2 w L e + \sigma_c A_r h_e \quad (5.5)$$

Para analizar la importancia de cada mecanismo de absorción de energía se va a proceder a estimar la importancia de cada término de la ecuación 5.5; en particular se muestra el ratio

entre cada uno de los mecanismos de absorción de energía y la energía cinética. Para calcular cada ratio se utilizan unos valores aproximados para los parámetros que aparecen en la ecuación 5.5 y que se muestran en la tabla 5.1.

σ_c (Pa)	m_i (Kg)	v_i (m/s)	A_r (m^2)	h_e (m)	y_d (m)	G_{Ic} (J/ m^2)	w (m)
$\sim 10^8$	$\sim 10^{-2}$	$\sim 10^2$	$\sim 10^{-4}$	$\sim 10^{-2}$	$\sim 10^{-2}$	$\sim 10^2$	$\sim 10^{-2}$
L (m)	e (m)	n	E_{eq} (Pa)	ε_f			
$\sim 10^{-1}$	$\sim 10^{-3}$	~ 10	10^{10}	10^{-2}			

Tabla 5.1: Valores característicos de las variables que aparecen en el problema.

El ratio entre la energía absorbida por la erosión del fragmento y la energía cinética sería:

$$\frac{E_c}{E_{ci}} = \frac{2 \sigma_c A_r h_e}{m_i v_i^2} \sim 1 \quad (5.6)$$

El ratio entre la energía absorbida por la delaminación del fragmento y la energía cinética sería:

$$\frac{E_d}{E_{ci}} = \frac{2 G_{Ic} y_d w n}{m_i v_i^2} \sim 10^{-3} \quad (5.7)$$

Finalmente, el ratio entre la energía absorbida por la deformación elástica del fragmento y la energía cinética sería:

$$\frac{E_e}{E_{ci}} = \frac{E_{eq} \varepsilon_f^2 w L e}{m_i v_i^2} \sim 10^{-2} \quad (5.8)$$

Analizando los ratios calculados anteriormente, se puede concluir que el principal mecanismo de absorción de la energía cinética es la erosión del fragmento. Utilizando esta hipótesis, la ecuación 5.5 se puede reducir a:

$$E_{ci} = E_c \Rightarrow \frac{1}{2} m_i v_i^2 = \sigma_c A_r h_e \quad (5.9)$$

Si se despeja la erosión producida en función de la energía cinética del fragmento se obtiene la expresión:

$$h_e = \frac{E_{ci}}{\sigma_c A_r} \quad (5.10)$$

donde se observa claramente que la erosión es proporcional a la energía cinética del impacto, e inversamente proporcional a la resistencia del laminado y al área frontal reducida del fragmento (que puede variar con el espesor y la velocidad de impacto). Para estudiar las diferencias en la erosión producida por un impacto a la misma energía en los dos tipos de fragmentos disponibles, se ha representado la figura 5.9.

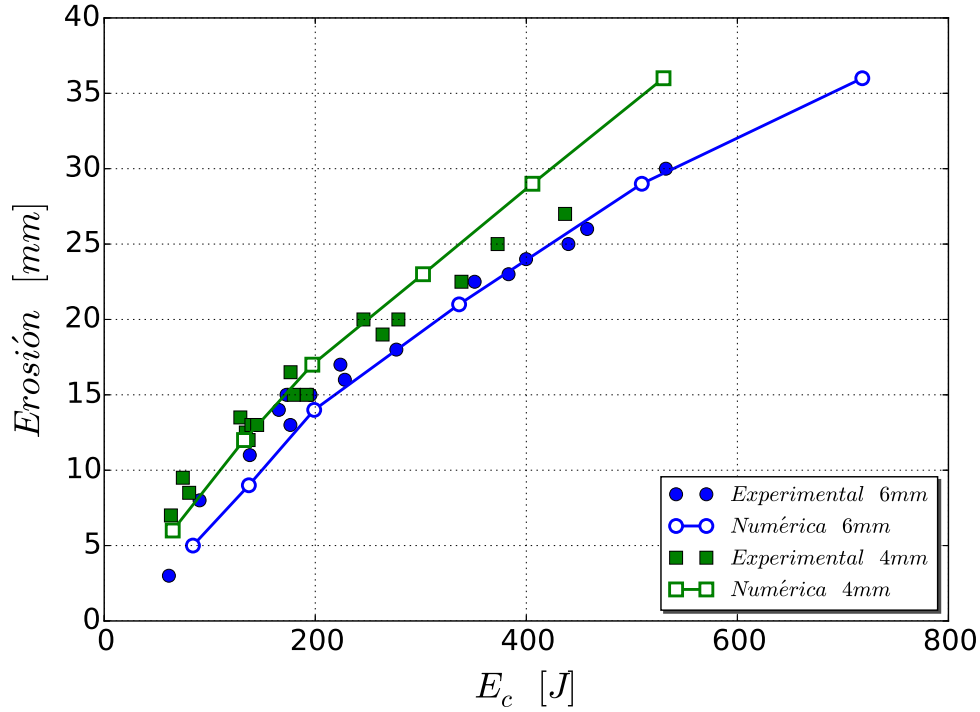


Figura 5.9: Erosión vs. energía cinética de impacto.

En la figura 5.9 se representa la erosión de los fragmentos delgados y gruesos, tanto de impactos experimentales como numéricos, frente a la energía cinética inicial de los impactos. Observando los valores de erosión se confirma la hipótesis de su aumento con la energía cinética inicial de impacto, y también se comprueba que, para una misma energía cinética inicial de impacto, la erosión es mayor en los fragmentos más delgados en todos los impactos. Esto último se debe a que al disminuir el espesor, disminuye el área reducida del fragmento y la erosión producida ($h_e = \frac{E_{ci}}{\sigma_c A_r}$) aumenta, suponiendo constante la resistencia del laminado (σ_c).

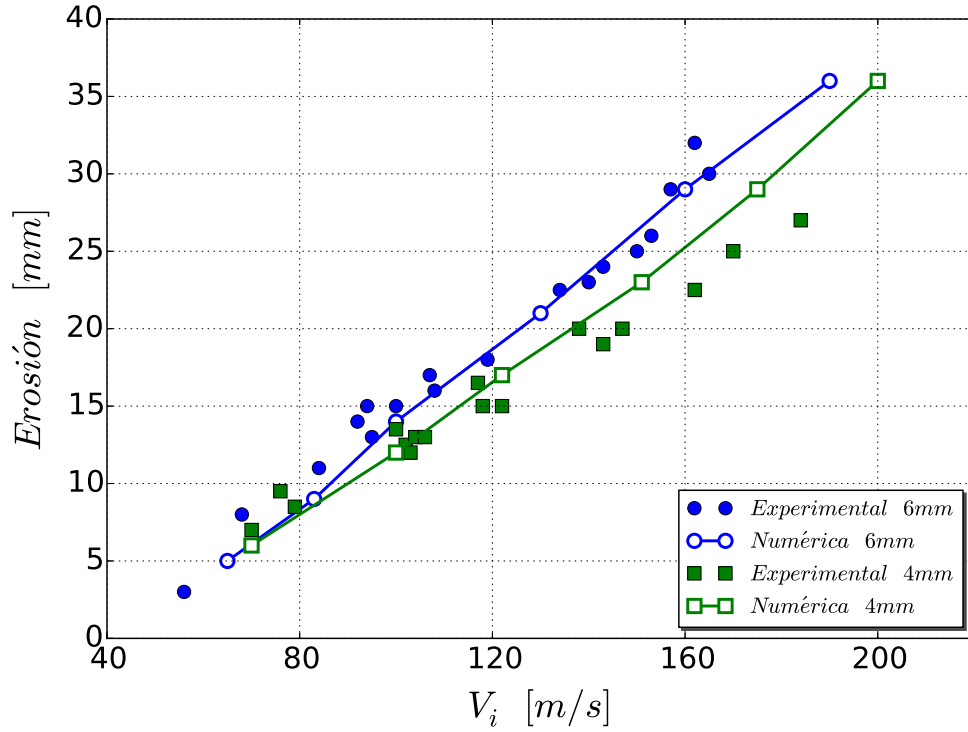


Figura 5.10: Erosión vs. velocidad de impacto.

Si se representa la erosión frente a la velocidad de impacto para todos los fragmentos e impactos (ver figura 5.10), tanto numéricos como experimentales, se observa que la erosión de los fragmentos de 6 mm de espesor es mayor que la producida en los fragmentos más delgados, tendencia opuesta a lo mostrado en la figura 5.9.

Para explicar este cambio de tendencia, se obtiene de la ecuación 5.10 la erosión para cada tipo de fragmento para una misma energía de impacto:

$$h_{e-4} = \frac{E_{ci}}{K_4}, \quad h_{e-6} = \frac{E_{ci}}{K_6} \quad (5.11)$$

donde $K_4 = (\sigma_c A_r)_{4mm}$ y $K_6 = (\sigma_c A_r)_{6mm}$.

De la figura 5.9 se puede obtener que la erosión de los fragmentos más delgados es en torno a un $\sim 10\%$ mayor que la de los fragmentos de 6 mm de espesor. Expresando matemáticamente esta relación se obtiene:

$$h_{e-4} = 1,1 h_{e-6} \Rightarrow \frac{E_{ci}}{K_4} = 1,1 \frac{E_{ci}}{K_6} \Rightarrow K_6 = 1,1 K_4 \quad (5.12)$$

donde el producto K_6 resulta ser un 10% mayor en los fragmentos de mayor espesor. La resistencia del laminado (σ_c) para ambos fragmentos es similar, por lo que se puede deducir que el

área reducida de los fragmentos de 6 mm de espesor es mayor, en concreto un 10 % mayor, que en los fragmentos más delgados. Numéricamente sucede de igual forma, aunque las diferencias entre los dos tipos de fragmentos sean algo mayores al 10 % en algunos impactos.

Utilizando la relación entre los dos productos K_i , se puede expresar la erosión en función de la velocidad de impacto v_i :

$$h_{e-4} = \frac{v_i^2 m_4}{2 K_4}, \quad h_{e-6} = \frac{v_i^2 m_6}{2 K_6} \quad (5.13)$$

donde $m_6 = 1,52 m_4$ y $K_6 = 1,1 K_4$. Reescribiendo la erosión de los fragmentos más gruesos de la expresión 5.13 se obtiene que dicha erosión es igual a:

$$h_{e-6} = \frac{v_i^2 1,52 m_4}{2 1,1 K_4} \Rightarrow h_{e-6} = 1,38 h_{e-4} \quad (5.14)$$

donde se puede comprobar que la erosión resulta ser un 38 % mayor en los fragmentos más gruesos, porcentaje aproximado pero que permite demostrar que se produce mayor erosión en los fragmentos de 6 mm de espesor que en los fragmentos más delgados para un impacto a una misma velocidad, confirmando la tendencia observada en la figura 5.10. Las simulaciones numéricas también reproducen esta tendencia, obteniendo valores similares a los experimentales. Observando la figura 5.10 de nuevo, a velocidades de impacto bajas ($v_i < 80m/s$), la erosión de los fragmentos es muy pequeña y similar para los dos tipos de fragmentos ensayados.

5.4. Velocidad del fragmento

Una vez estudiada la erosión producida en los fragmentos, el siguiente parámetro de importancia para el análisis de los impactos llevados a cabo es la velocidad de los fragmentos durante el impacto.

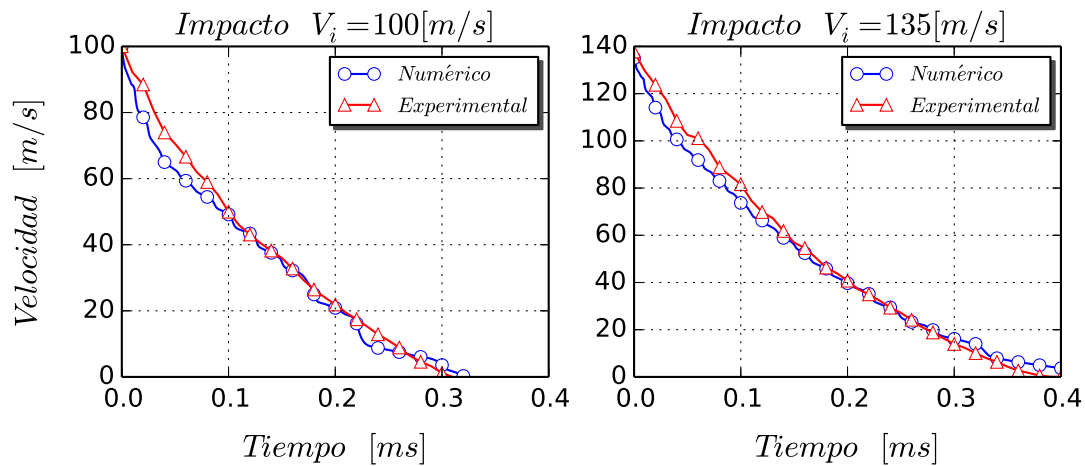


Figura 5.11: Velocidades de dos fragmentos de 4mm de espesor.

En la figura 5.11 se representa la evolución de la velocidad de dos fragmentos de 4 mm de espesor impactados a dos velocidades diferentes: 100 y 135 m/s. El tiempo de impacto, mayor cuanto mayor sea la velocidad, y la evolución de dicha velocidad durante éste son reproducidos correctamente por las simulaciones numéricas.

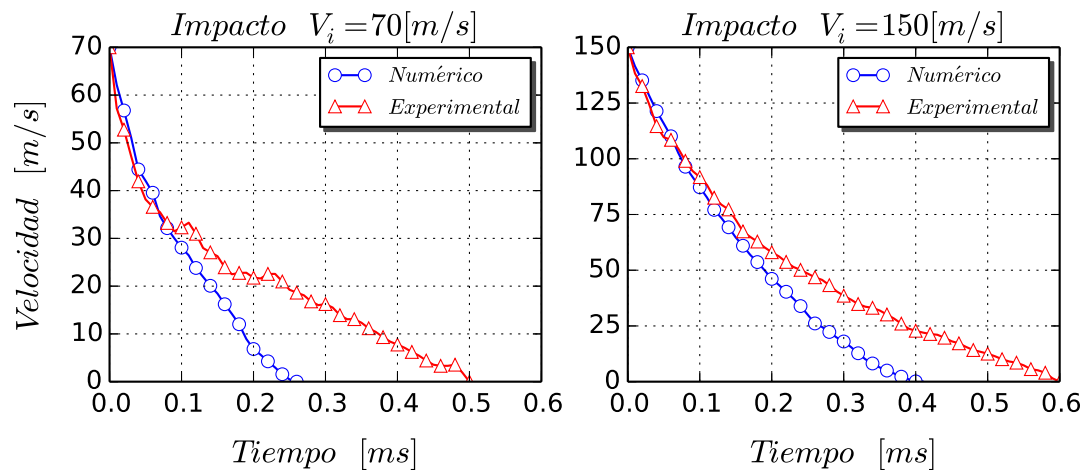


Figura 5.12: Velocidades de dos fragmentos de 6mm de espesor.

En la figura 5.12 se representa la evolución de la velocidad de dos fragmentos de 6 mm de espesor impactados a dos velocidades diferentes: 70 y 150 m/s. Las simulaciones numéricas reproducen correctamente la velocidad de los fragmentos más gruesos durante los primeros 0.1 ms, aproximadamente, tiempo durante el cual los fragmentos entran en contacto con la placa rígida y la fuerza de impacto alcanza su máximo valor y comienza a decrecer, como se verá más adelante. Se puede señalar, por tanto, que la velocidad es reproducida correctamente durante las etapas más importantes de los impactos. A partir de 0.1 ms, la pendiente de las velocidades numéricas difiere con la experimental, provocando un rápido descenso de dichas velocidades y una duración de impacto menor que la de los impactos experimentales. Esta diferencia ocurre porque las simulaciones numéricas no reproducen correctamente la apertura de las láminas de los fragmentos, fenómeno responsable de la aparición de delaminaciones y causante de un descenso más progresivo de la velocidad. Numéricamente, los elementos de las láminas que se abren son eliminados de las simulaciones para prevenir distorsiones, provocando menor delaminación en los fragmentos y una mayor pérdida de inercia que se traduce en una reducción más rápida de la velocidad.

Esto no afecta a los fragmentos más delgados, ya que la apertura de las láminas y las delaminaciones en dichos fragmentos son menores, tal y como se ha comentado en la sección 5.3.

5.5. Fuerza de impacto

El siguiente parámetro de importancia para el análisis de los impactos, y que contribuye a entender cómo podrían verse afectadas las estructuras sobre las que impacten los fragmentos, es la fuerza producida por su impacto. El cálculo de dicha fuerza en los ensayos experimentales está explicado en la sección 3.4.2, y para calcularla en las simulaciones numéricas, está explicado en la sección 4.5.2, aunque a continuación se recuerdan las expresiones utilizadas para ambos tipos de impacto. Para calcular la fuerza experimental se emplea la expresión:

$$F(t) = a(t) \left[m_i - \frac{m_i - m_f}{x_f} x(t) \right] - v^2(t) \frac{m_i - m_f}{x_f} \quad (5.15)$$

En el caso de la fuerza numérica, se utiliza la expresión:

$$F(t) = -m\ddot{x} - Kx \quad (5.16)$$

La aceleración experimental y la fuerza numérica son filtradas con un filtro paso bajo Butterworth con una frecuencia de corte de 15000Hz.

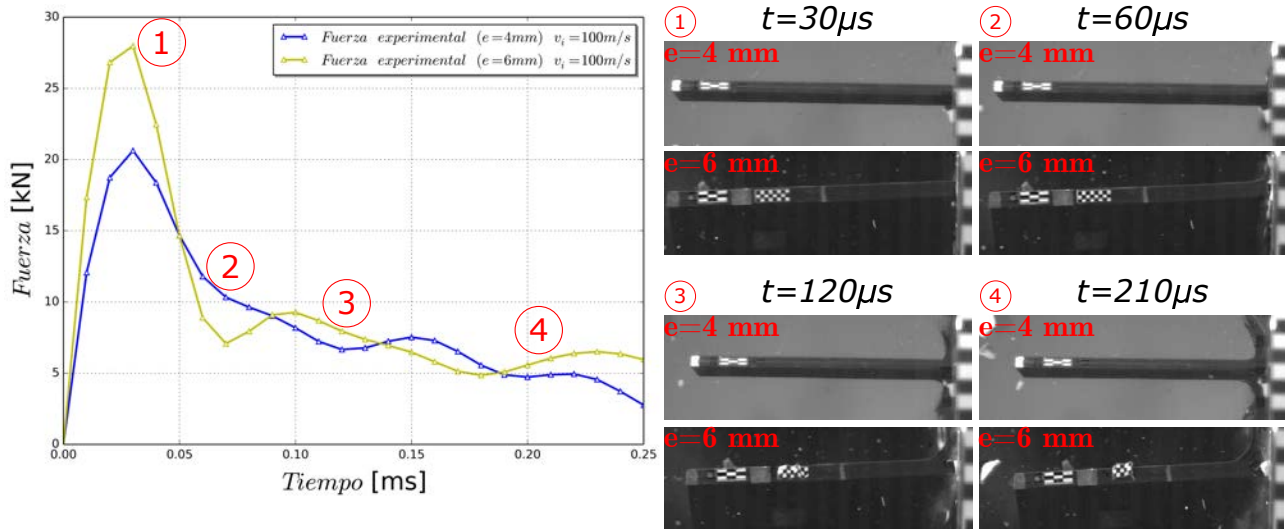


Figura 5.13: Curvas fuerza vs. tiempo experimentales ($e = 4$ y 6 mm) a $v_i = 100$ m/s.

En las figuras 5.13 y 5.14 se representa la evolución de la fuerza de un impacto experimental y uno numérico de cada espesor a 100 m/s, respectivamente, y una secuencia de dichos impactos donde se pueden distinguir las tres última etapas del impacto ya explicadas en la sección 5.2 (la primera etapa tal y como se ha explicado no es posible observarla experimentalmente, únicamente en

los impactos numéricos (ver figura 5.3)). Tanto las fuerzas experimentales como las numéricas presentan un aspecto similar, con un crecimiento casi lineal al principio hasta llegar al valor máximo. Dicho valor se alcanza al comienzo de la segunda etapa del impacto ($t < 50\mu s$), para a continuación decrecer llegando a cero en, aproximadamente, $500\mu s$.

En todas las curvas es posible diferenciar dos zonas: la primera, que presenta una pendiente muy pronunciada, muy similar para todos los casos, y que acaba en un valor máximo que es proporcional a la velocidad de impacto; y la segunda, que comienza en el máximo y acaba cuando la fuerza llega a ser nula. Además, el valor máximo de la fuerza también depende del fragmento impactado, siendo el valor máximo de un impacto de un fragmento de 6 mm de espesor mayor que el valor máximo de uno de un fragmento de 4 mm de espesor, a la misma velocidad, tal y como puede observarse en las figuras 5.13 y 5.14. Comparando las secuencias numéricas y experimentales de dichas figuras, puede observarse cómo las simulaciones numéricas reproducen con gran precisión las tres últimas etapas de los impactos experimentales: la segunda etapa con el fallo del fragmento tras alcanzar la máxima fuerza de impacto (instante 1) y el inicio de la erosión; la tercera etapa en la que se erosiona el fragmento y comienzan a abrirse las láminas más externas de los fragmentos (instante 2); y la cuarta y última etapa en la que la apertura de las láminas y la erosión continúan aumentando hasta que el fragmento se para y su fuerza de impacto de reduce a cero (instantes 3 y 4).

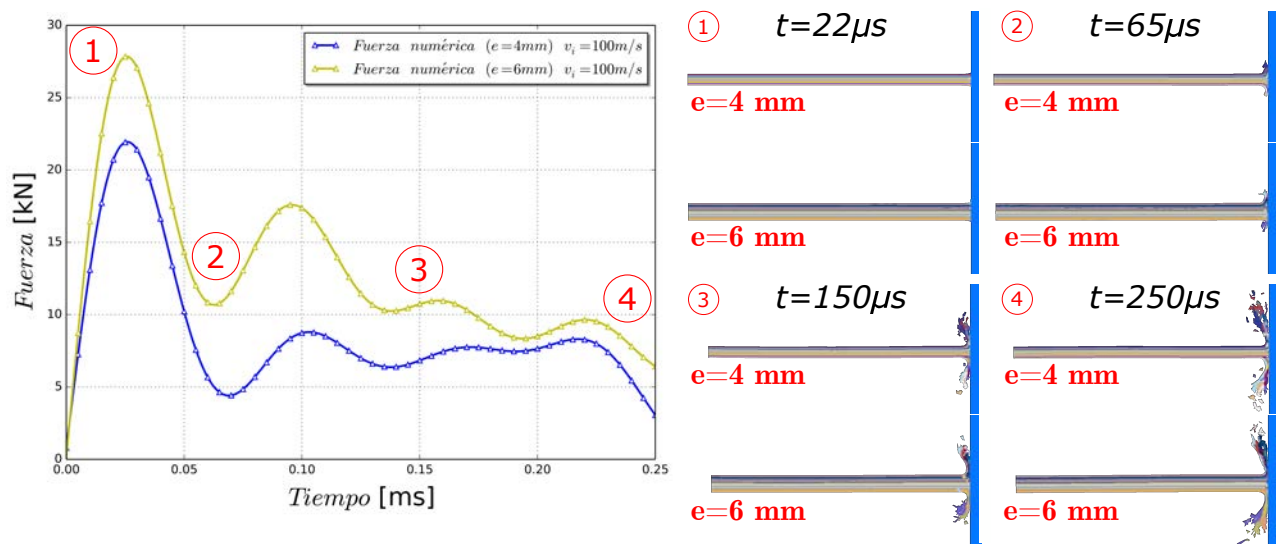


Figura 5.14: Curvas fuerza vs. tiempo numéricas ($e = 4$ y 6 mm) a $v_i = 100\text{ m/s}$.

Para comprender la dependencia de la fuerza de impacto con la velocidad y el tipo de fragmento impactado, se puede realizar un balance del momento lineal para estimar analíticamente la fuerza de contacto. Dicho balance es aplicado sobre un diferencial dx (con masa dm) del fragmento que se erosiona en un periodo de tiempo dt , periodo durante el cual la variación de velocidad es v .

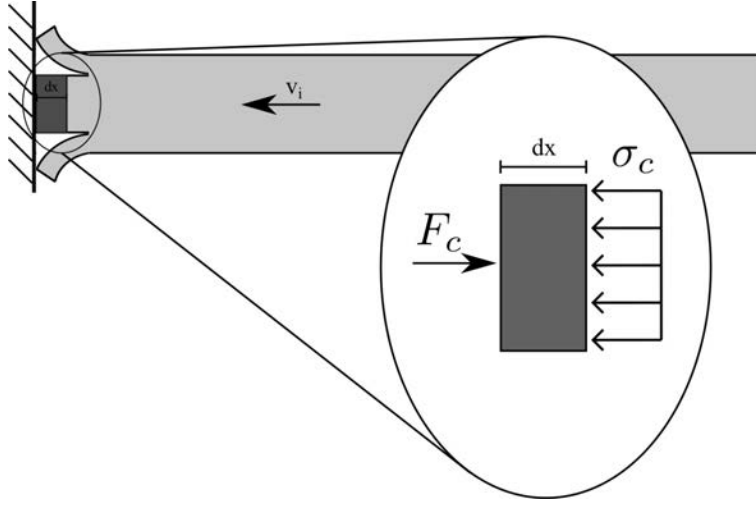


Figura 5.15: Gráfico empleado para desarrollar el balance de momento lineal.

El balance sería:

$$F \Delta t = \Delta(m v) = \Delta m v + m \Delta v \quad (5.17)$$

Teniendo en cuenta que la masa del diferencial dx analizado no varía, se puede suponer que $\Delta m = 0$. La variación de la velocidad sería $\Delta v = v$, ya que el diferencial pasa de una velocidad v a detenerse completamente; finalmente, $m = A_f \rho \Delta x$ (A_f es el área frontal del fragmento). La expresión 5.17 se puede escribir como:

$$F \Delta t = A_f \rho \Delta x v \quad (5.18)$$

Teniendo en cuenta que la fuerza sobre el diferencial es $F = F_c - \sigma_c A_r$, y sustituyendo los incrementos por diferenciales, la expresión 5.18 queda:

$$(F_c - \sigma_c A_r) dt = A_f \rho dx v \quad (5.19)$$

Despejando la fuerza de contacto (F_c), la ecuación 5.19 queda:

$$F_c = \sigma_c A_r + A_f \rho v^2 \quad (5.20)$$

En esta última expresión aparecen un término resistente ($\sigma_c A_r$) cuyo valor varía con la velocidad de impacto en cuanto a que la resistencia del laminado posee sensibilidad a la velocidad de deformación, y un término inercial ($A_f \rho v^2$) cuyo valor depende del cuadrado de la velocidad del fragmento.

Para un mismo tipo de fragmento, cuyo término resistente y área frontal serán iguales, impactado a dos velocidades diferentes, la fuerza de contacto será mayor en el impacto a mayor velocidad. Si se impacta un fragmento de cada espesor a una misma velocidad, el término resistente es mayor en los fragmentos de 6 mm de espesor, ya que aunque la resistencia a compresión de los laminados es similar, el área reducida (A_r) es mayor en los más gruesos. En cuanto al término inercial, éste será mayor en los más gruesos al ser mayor el área frontal (A_f). Por estos dos motivos, la fuerza de contacto siempre será mayor en los fragmentos gruesos, como era de esperar. Esta dependencia de la fuerza de contacto con el tipo de fragmento puede comprobarse en las figuras 5.13 y 5.14.

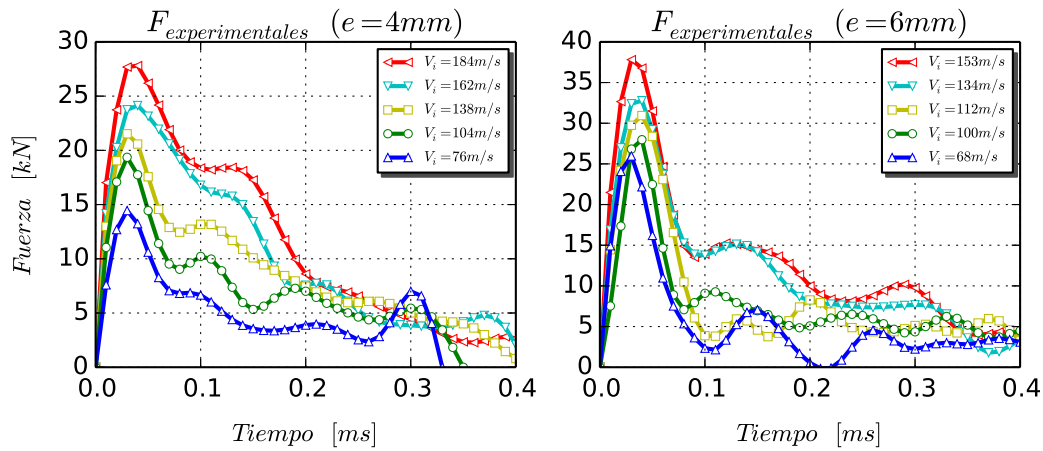


Figura 5.16: Curvas fuerza vs. tiempo experimentales.

La dependencia de la fuerza de impacto con la velocidad puede comprobarse en las figuras 5.16 y 5.17. En dichas figuras, se representa la evolución de varias fuerzas experimentales y numéricas, respectivamente, de los impactos de ambos tipos de fragmentos a diferentes velocidades. Como puede comprobarse, todas las curvas muestran un aspecto similar, con el comentado crecimiento

inicial casi lineal y el descenso de la fuerza a partir del máximo valor. También se aprecia en ambos espesores que existe relación entre el valor máximo de la fuerza de impacto y la velocidad y el tipo de fragmento.

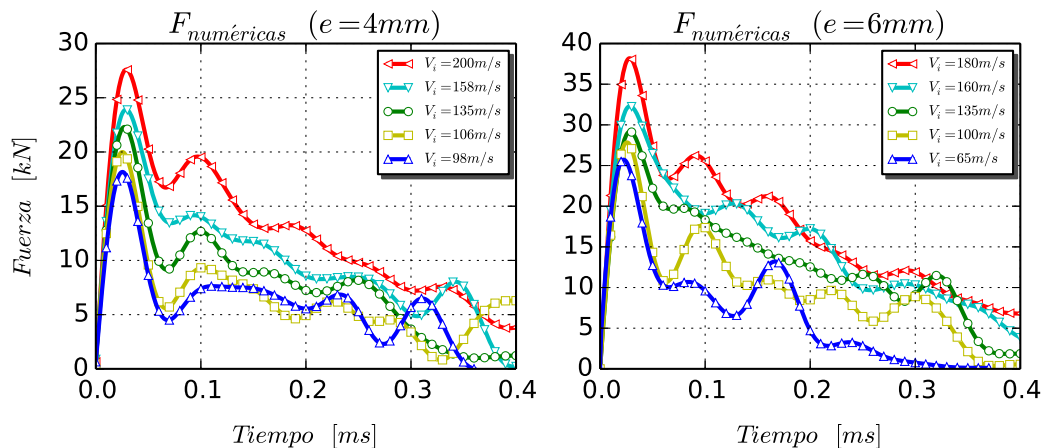


Figura 5.17: Curvas fuerza vs. tiempo numéricas.

Para comprobar si las fuerzas de impacto numéricas presentan un aspecto y valor similares a las experimentales, en las figuras 5.18 y 5.19 se representan varias comparativas obtenidas a las mismas velocidades, para los fragmentos de 4 y 6 mm de espesor, respectivamente.

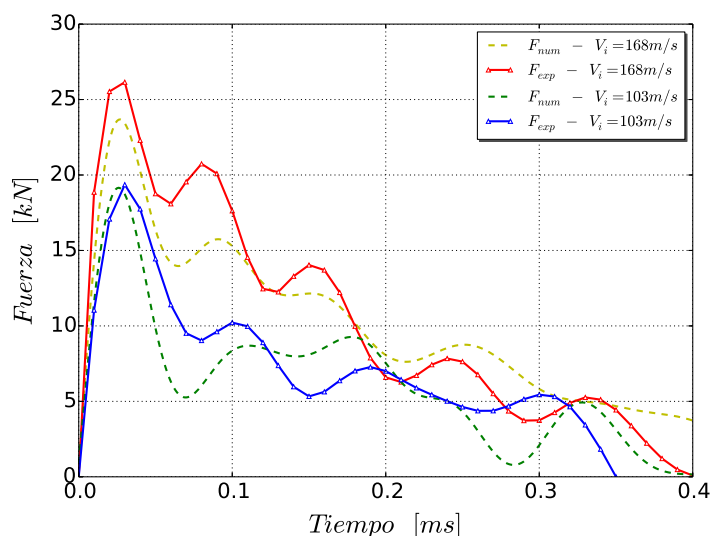


Figura 5.18: Curvas fuerza vs. tiempo numéricas vs. experimentales ($e = 4 \text{ mm}$).

En la figura 5.18 se representan las curvas fuerza-tiempo de impactos de fragmentos de 4 mm de

espesor a velocidades de 168 y 103 m/s. En el impacto a menor velocidad, la fuerza de impacto es reproducida correctamente por la simulación numérica desde el máximo inicial al posterior descenso, es decir, capta adecuadamente la curva fuerza-tiempo durante las dos primeras y principales fases del impacto. Sin embargo, en el impacto a mayor velocidad, se puede observar una pequeña diferencia de en torno a un 10 % en su valor máximo. Esto último puede ser debido a que la resistencia del laminado es sensible a la velocidad de deformación, tal y como numerosos autores (como los citados en la sección 2.3) han demostrado experimentalmente. La resistencia del laminado aumenta con la velocidad, provocando que a velocidades altas los fragmentos ejerzan mayor resistencia a la erosión, produciendo una mayor fuerza de impacto experimental frente a la obtenida en las simulaciones numéricas, ya que en el modelo numérico empleado para el material compuesto no está implementada la sensibilidad de las resistencias del laminado a la velocidad de deformación. En las simulaciones a menor velocidad, el modelo numérico no da resultados distintos debido a las menores velocidades de deformación.

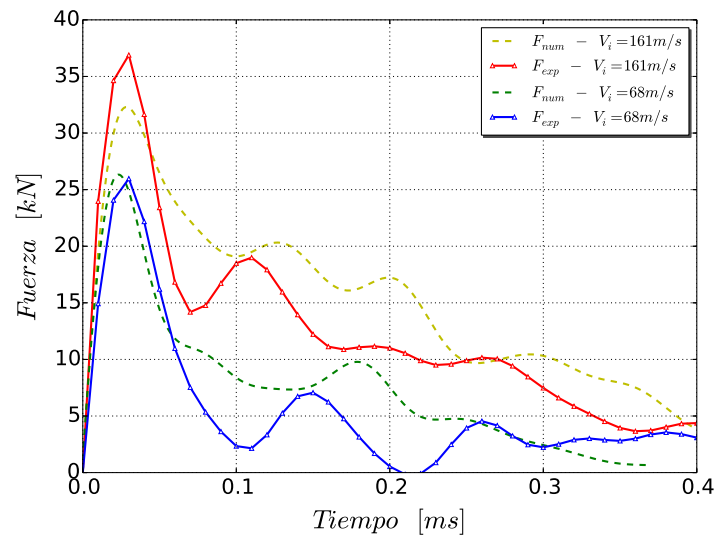


Figura 5.19: Curvas fuerza vs. tiempo numéricas vs. experimentales ($e = 6\text{ mm}$).

En la figura 5.19 se representan las fuerzas de impactos de fragmentos de 6 mm de espesor a velocidades de 161 y 68 m/s, de donde pueden obtenerse idénticas conclusiones que para las fuerzas de impacto de los fragmentos más delgados: a bajas velocidades la fuerza de impacto es reproducida correctamente por las simulaciones numéricas y a altas velocidades aparece un pequeño error en su valor máximo debido, probablemente, a la sensibilidad a la velocidad de deformación de la resistencia del laminado.

5.6. Impulso

El último parámetro estudiado en el análisis de los impactos es el impulso transmitido por éstos a la placa rígida. Para calcularlo se han integrado las fuerzas de impacto respecto al tiempo:

$$I = \int_0^{t_f} F(t) dt \quad (5.21)$$

Al igual que con los parámetros anteriormente estudiados, el impulso se calculará para los dos espesores existentes, comparando resultados numéricos y experimentales.

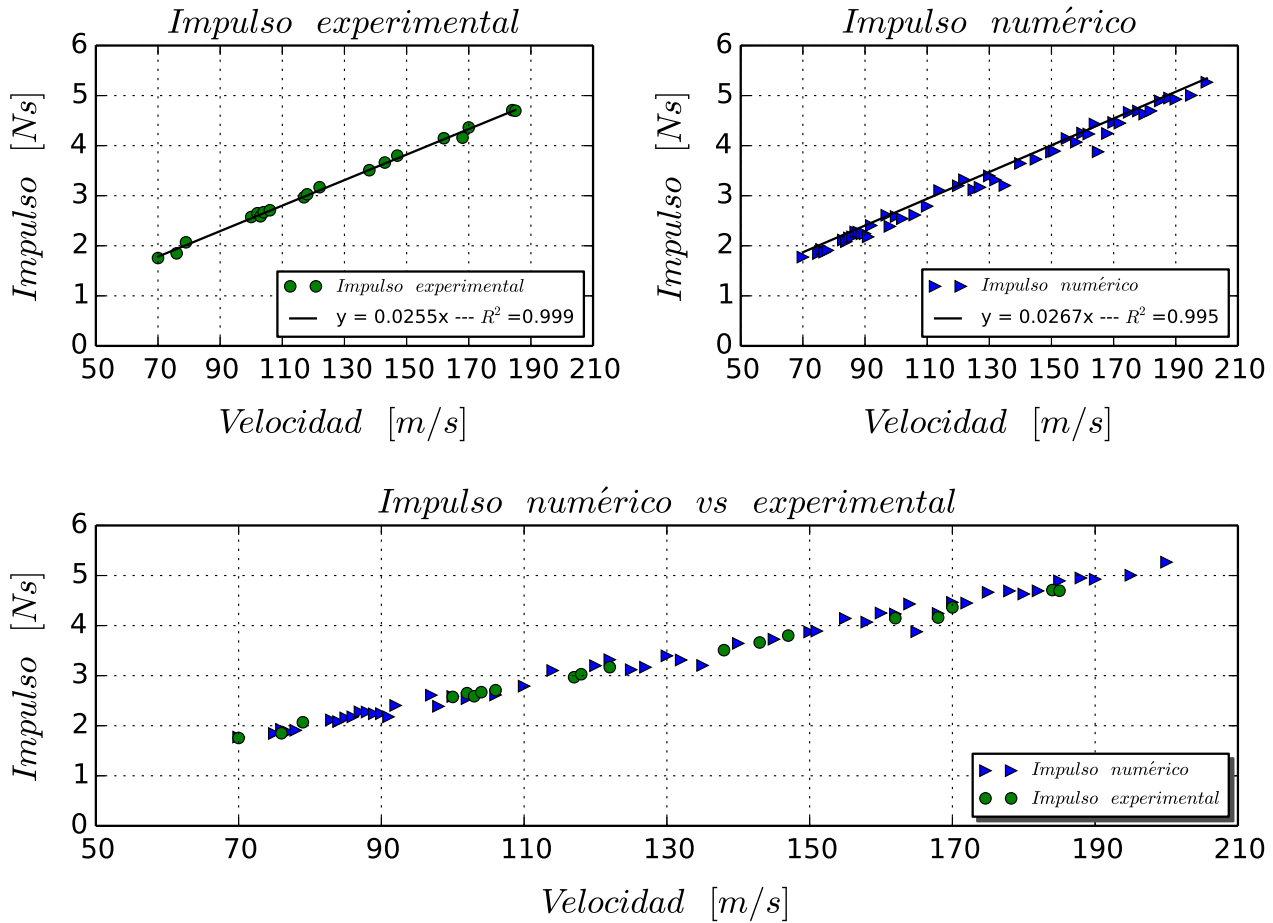


Figura 5.20: Impulso producido por el impacto de los fragmentos de 4mm de espesor.

En las figuras 5.20 y 5.21 se representan tres gráficos de los impactos experimentales y numéricos de los fragmentos de 4 mm y de 6 mm de espesor, respectivamente: el impulso frente a la velocidad de impacto de los impactos experimentales, de los impactos numéricos y un último gráfico que incluye ambos. Los tres gráficos en sí no aportan información nueva pero son muy

útiles para comprobar si la metodología empleada para calcular las curvas fuerza-tiempo de los impactos es lo suficientemente precisa tanto en las simulaciones numéricas como en los ensayos experimentales. En concreto, en estos últimos, sirve para comprobar si la ley lineal de pérdida de masa del fragmento propuesta en la sección 3.4.2 es adecuada. Debido a que el impulso se puede calcular como $I = m_i v_i$, la pendiente de la regresión lineal de cada gráfica del impulso debería coincidir con la masa del fragmento, experimental o numérica según el gráfico que se esté observando.

En el caso de los fragmentos más delgados (figura 5.20) impactados experimentalmente, su masa es de 0.0258 Kg, y observando la gráfica del impulso experimental la pendiente de su regresión tiene un valor muy cercano de 0.0255 Kg; en los impactados numéricamente, la masa del fragmento es de 0.0265 Kg y observando la gráfica del impulso numérico la pendiente de su regresión también posee un valor muy cercano de 0.0267 Kg. Se puede concluir, por lo tanto, que el modelo numérico reproduce correctamente el impulso transmitido por los impactos.

Respecto a los fragmentos más gruesos (figura 5.21), su masa real es de 0.0391 Kg y comparada con el valor de la pendiente de la regresión del impulso experimental, esta última presenta un valor muy similar de 0.0395 Kg; en los fragmentos numéricos, la masa es de 0.0398 Kg y la pendiente de la regresión lineal del impulso numérico nuevamente posee un valor similar de 0.0401 Kg. En los impactos de los fragmentos más gruesos también se puede comprobar que el modelo numérico reproduce correctamente el impulso transmitido por los impactos.

Existen diferencias entre la masa de los fragmentos reales y la de los numéricos que pueden deberse a que la fabricación de los fragmentos reales no es perfecta y se producen ciertas variaciones en su masa. Los resultados obtenidos con el impulso transmitido por los impactos, confirman que la ley lineal de pérdida de masa propuesta para los fragmentos es válida y, por lo tanto, las curvas fuerza-tiempo de los impactos experimentales calculadas son suficientemente precisas.

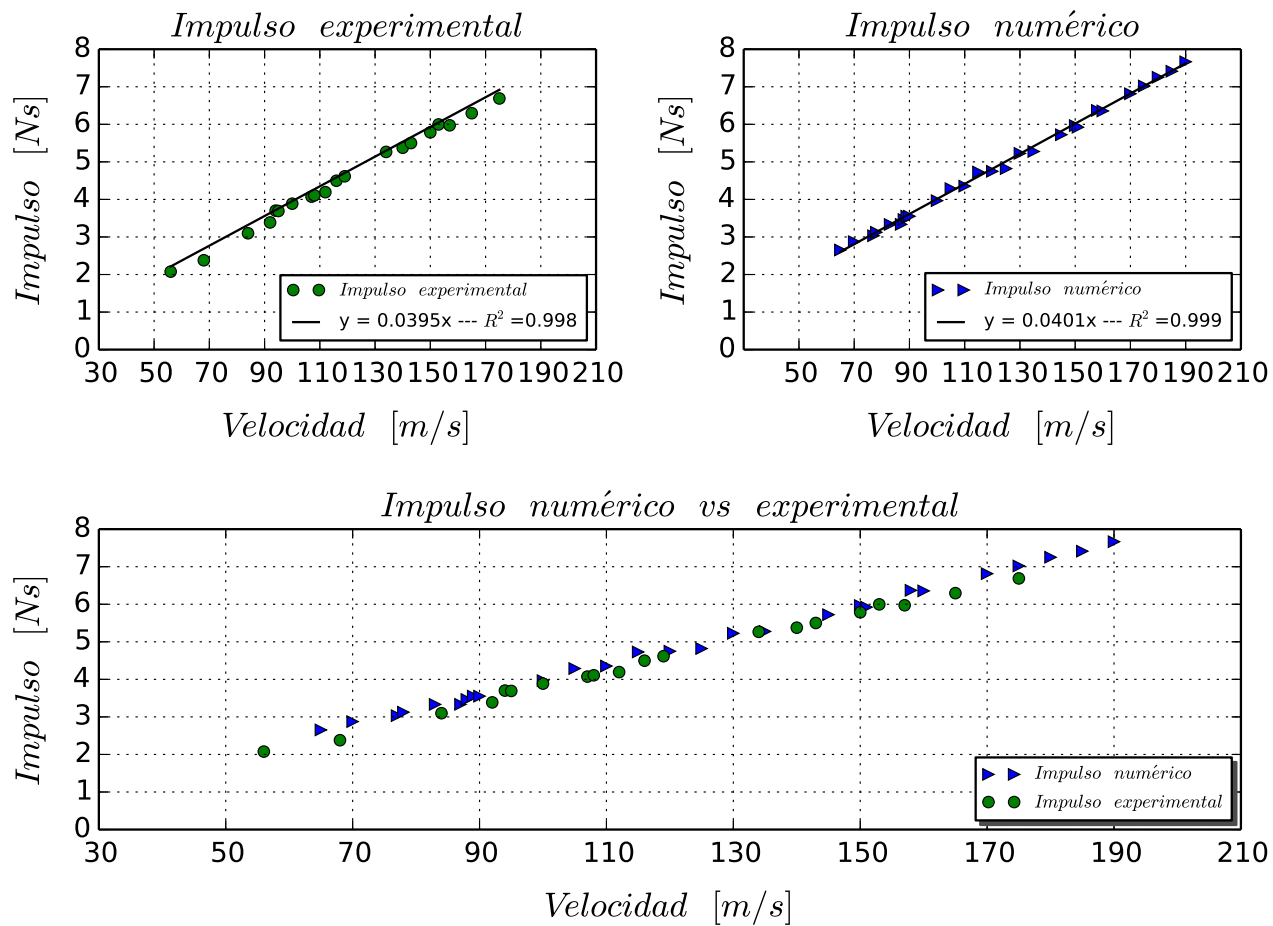


Figura 5.21: Impulso producido por el impacto de los fragmentos de 6mm de espesor.

Capítulo 6

Conclusiones y trabajos futuros

6.1. Introducción

En la presente tesis se ha realizado el estudio del impacto de fragmentos de material compuesto contra una placa rígida, empleando para ello metodologías tanto experimentales como numéricas. Además, para la metodología numérica, se ha desarrollado un modelo de daño continuo tridimensional para reproducir lo más fielmente posible el comportamiento del material compuesto laminado de los fragmentos, en concreto su fallo intralaminar. En ambas metodologías se han analizado las etapas de los impactos y una serie de parámetros de importancia: la erosión de los fragmentos, la evolución de su velocidad durante los impactos, la fuerza de impacto producida y el impulso transmitido. En las siguientes secciones se presentan las principales conclusiones obtenidas y posibles trabajos futuros relacionados con esta tesis.

6.2. Conclusiones

En relación a las tareas completadas durante esta tesis, se puede concluir que:

- Se ha diseñado una metodología experimental capaz de realizar con repetitividad impactos perpendiculares de fragmentos de CFRPs a alta velocidad contra una placa rígida. Se han impactado fragmentos de dos espesores y laminados diferentes variando la velocidad de impacto, y se han obtenido los datos necesarios de los impactos realizados para su posterior análisis.

- Se ha desarrollado una metodología numérica empleando el código comercial de elementos finitos Abaqus/Explicit, modelizando los dos tipos de fragmentos utilizados. En ambos fragmentos se ha considerado el fallo interlaminar mediante el uso de interacciones cohesivas y el fallo intralaminar a través de la implementación mediante una subrutina de usuario del modelo de daño continuo para materiales compuestos laminados desarrollado en la presente tesis.

En cuanto al objetivo de esta tesis, el análisis del comportamiento de fragmentos carbono/epoxi en régimen de impacto, se puede concluir que:

- En todos los impactos se han identificado cuatro etapas, y en cada una de ellas aparecen diferentes mecanismos de fallo, por lo que es necesario analizarlas por separado:
 - En la primera etapa se produce el contacto del fragmento con la placa rígida y tiene una duración muy corta. Se ha comprobado que el contacto no es elástico y que a partir de una velocidad de $\sim 50m/s$ se genera una onda de compresión que induce una deformación suficiente para provocar el fallo del laminado.
 - En la segunda etapa comienza el fallo propiamente dicho del fragmento. Su parte frontal falla por mecanismos de compresión de la matriz y las fibras, provocando una importante erosión del fragmento conforme éste avanza.
 - En la tercera etapa comienzan a separarse las láminas más externas del fragmento, provocando que el fragmento adquiera una forma de viga en doble voladizo en la zona de impacto y la aparición de delaminaciones.
 - En la cuarta y última etapa se desarrolla la apertura de las láminas más externas y las delaminaciones que genera. En las láminas intermedias se produce una importante erosión.
- En cuanto a los parámetros considerados de importancia para el análisis de los impactos, se puede concluir que:
 - La erosión producida en los fragmentos tiene una dependencia lineal con la energía cinética inicial, aumentando la erosión cuando ésta aumenta. Esta dependencia aparece tanto en los ensayos experimentales como en las simulaciones numéricas, y se explica

- porque la erosión del fragmento es el principal mecanismo de absorción de energía. Los valores de erosión obtenidos numéricamente son similares a los experimentales, para los dos tipos de fragmentos utilizados.
- Se ha estudiado la evolución de la velocidad del fragmento durante los impactos y se han comparado velocidades experimentales y numéricas entre sí, para validar la metodología numérica desarrollada. En los impactos de los fragmentos más delgados la velocidad es reproducida correctamente en las simulaciones numéricas. En los fragmentos más gruesos, la velocidad es reproducida correctamente durante las dos primeras y más importantes etapas del impacto, pero a partir de entonces aparecen ciertas diferencias. Estas discrepancias son debidas a que la apertura de las láminas no está bien reproducida en la simulaciones numéricas, ya que los elementos se distorsionan y se eliminan, provocando una mayor pérdida de energía cinética y una menor duración de los impactos.
 - Se han estudiado y representado las curvas fuerza-tiempo producidas por los impactos de los fragmentos de material compuesto. En todas las curvas se observan dos zonas: la primera de ellas está claramente influenciada por la velocidad de impacto; la segunda está relacionada con la erosión del fragmento y muestra poca influencia de la velocidad de impacto.
 - Se ha calculado el impulso transmitido en todos los impactos, numéricos y experimentales. El impulso transmitido en las simulaciones numéricas es muy similar al transmitido en los ensayos experimentales, confirmando la correcta reproducción de los impactos. Además, ha permitido confirmar que la ley de evolución lineal propuesta para la pérdida de masa en los impactos experimentales es adecuada.
 - Se ha propuesto un modelo sencillo para comprender la dependencia de la fuerza de impacto con la velocidad y el tipo de fragmento impactado. Dicho modelo se ha obtenido realizando un balance de momento lineal sobre un diferencial erosionado del fragmento por el contacto con la placa rígida.
 - Se ha propuesto un modelo para explicar cómo es absorbida la energía cinética inicial de los fragmentos impactados. Se ha supuesto que dicha energía es absorbida por medio de tres mecanismos: deformación elástica, delaminación y erosión. Tras analizar
-

la importancia de cada uno de ellos, se ha llegado a la conclusión de que el principal mecanismo de absorción de energía es la erosión del fragmento.

6.3. Trabajos futuros

Las metodologías experimental y numérica desarrolladas en la presente tesis permiten sentar las bases para el desarrollo del estudio del impacto de fragmentos de material compuesto a alta velocidad, para lo cual se proponen como trabajos futuros las siguientes tareas:

- Realizar un estudio análogo al realizado con otras arquitecturas de laminado y con laminados unidireccionales de diferentes espesores. De esta forma, se podrá analizar el efecto que tiene la resistencia a compresión del laminado sobre la fuerza de impacto y la erosión producida durante el mismo, así como la orientación de las fibras.
 - Estudio de la influencia del ángulo de impacto de los fragmentos. En un desprendimiento real de un fragmento de un álabe de un rotor, el impacto probablemente no será perpendicular a la zona de impacto.
 - Estudio de la influencia de la geometría del fragmento. Tras analizar el impacto de fragmentos con una geometría que idealiza su forma, es posible variar dicha geometría y estudiar su influencia tanto experimental como numérica en los distintos parámetros de estudio.
 - Estudio e implementación de la sensibilidad a la velocidad de deformación de la resistencia del laminado en el modelo numérico para materiales compuestos laminados desarrollado en la presente tesis.
 - Por último, se propone el estudio del impacto de fragmentos de material compuesto contra estructuras más representativas de una estructura real, como por ejemplo contra un panel curvo fabricado con material compuesto. En situaciones reales, los fragmentos se desprenderán y podrían impactar contra el fuselaje de un avión, de material compuesto con similares propiedades.
-

Esta página está en blanco de manera intencionada.

Bibliografía

- [1] F. Stupenengo. Materiales y materias primas. Colección Encuentro Inet, 2011.
- [2] S.K. García Castillo. *Análisis de laminados de materiales compuestos con precarga en su plano y sometidos a impacto*. Phd thesis, Universidad Carlos III de Madrid, Leganés, 2007.
- [3] Airbus 350xwb web. <http://www.a350xwb.com>. Junio 2016.
- [4] Boeing. <http://www.boeing.com>. Junio 2016.
- [5] Ana María Abad Blázquez. Determinación experimental del daño transversal en la matriz de un material compuesto mediante la utilización de un sistema de emisiones acústicas. Master's thesis, Universidad Carlos III de Madrid, Leganés, 2012.
- [6] M. A. Perez. *Evaluación del daño por impacto en laminados de material compuesto mediante la respuesta dinámica*. PhD thesis, Univeridad Politécnica de Cataluña.
- [7] Alberto Mata Díaz. Análisis del impacto de un proyectil esférico sobre un laminado cinta. Master's thesis, Universidad Carlos III de Madrid, Leganés, 2013.
- [8] J. Pernas-Sánchez. *Análisis y simulación de impactos de hielo sobre laminados carbono/epoxi*. Phd thesis, Universidad Carlos III de Madrid, Leganés, 2013.
- [9] Hélice-Andalusian-Aerospace-Cluster. <http://helicecluster.com/es/news/tecnatom-desarrolla-una-nueva-aplicacion-robotizada-de-ultrasonidos-por>, 2011. Junio 2016.
- [10] Pere Maimí Vert. *Modelización constitutiva y computacional del daño y la fractura de materiales compuestos*. Phd thesis, Universitat de Girona, Girona, 2006.
- [11] Cortalia. <https://www.cortalia.com/index.html>. Junio 2016.

-
- [12] Simulia. Abaqus 6.13 documentation, 2013.
- [13] D. Hull. *Materiales compuestos*. Editorial Reverté, Barcelona, 1987.
- [14] A. K. Kaw. *Mechanics of Composite Materials*. Taylor and Francis Group, Florida, 2006.
- [15] Pere Badalló i Cañellas. *Analysis and optimization of composite stringers*. Phd thesis, Universitat de Girona, Girona, 2015.
- [16] Murat Koc, Fazil O. Sonmez, and Nuri Ersoy. Failure behavior of composite laminates under out-of-plane loads. Fifteenth European Conference on Composite Materials. Venice (Italy), June 2012.
- [17] C. Lopes, Z. Gurdal, P.P. Camanho, P. Maimí, and E.V. González. Simulation of low-velocity impact damage on composite laminates. Fiftieth AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference. Palm Springs (California), May 2009.
- [18] K. Anderson and A. Bows. Beyond 'dangerous' climate change: emission scenarios for a new world. *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, 369:20 – 44, 2011.
- [19] Marco Anghileri, Luigi-M. L. Castelletti, Fabio Invernizzi, and Marco Mascheroni. A survey of numerical models for hail impact analysis using explicit finite element codes. *International Journal of Impact Engineering*, 31(8):929 – 944, 2005.
- [20] X. Hai-jun and W. Rong-ren. Aeroengine turbine blade containment tests using high-speed rotor spin test facility. *Aerospace Science and Technology*, 10:501 – 508, 2006.
- [21] R.A.W. Mines, S. McKown, and R.S. Birch. Impact of aircraft rubber tyre fragments on aluminium alloy plates: I – Experimental. *International Journal of Impact Engineering*, 34(4):627 – 646, 2007.
- [22] D. Varas, J. López-Puente, and R. Zaera. Experimental analysis of fluid-filled aluminium tubes subjected to high-velocity impact. *International Journal of Impact Engineering*, 36(1):81 – 91, 2009.
-

-
- [23] D. Varas, R. Zaera, and J. López-Puente. Numerical modelling of partially filled aircraft fuel tanks submitted to hydrodynamic ram. *Aerospace Science and Technology*, 16(1):19 – 28, 2012.
- [24] D. Varas, R. Zaera, and J. López-Puente. Experimental study of CFRP fluid-filled tubes subjected to high-velocity impact. *Composite Structures*, 93(10):2598 – 2609, 2011.
- [25] D. Varas, J. López-Puente, and R. Zaera. Numerical analysis of the hydrodynamic ram phenomenon in aircraft fuel tanks. *AIAA*, 50:1621 – 1630, 2011.
- [26] J.A. Artero-Guerrero, J. Pernas-Sánchez, D. Varas, and J. López-Puente. Numerical analysis of CFRP fluid-filled tubes subjected to high-velocity impact. *Composite Structures*, 96:286 – 297, 2013.
- [27] Pooria Sharif Kashani. *An ex-situ material state monitoring of curing based on viscoelastic properties in polymer composites*. Phd thesis, Wichita State University, Wichita, 2007.
- [28] B. P. Gupta and N. Davids. Toughening of epoxy resin networks with functionalized engineering thermoplastics. *Experimental Mechanics*, 6:445–450, 1966.
- [29] L.A. Friedrich and J. L. Preston. Impact resistance of fiber composite blades used in aircraft turbine engines. Technical report. NASA, 1973.
- [30] W. Cantwell. The influence of target geometry on the high velocity impact response of CFRP. *Composite Structures*, 10(3):247–265, 1988.
- [31] W. Cantwell. The influence of fiber stacking-sequence on the high-velocity impact response of CFRP. *Composites Science and Technology*, 38:119–141, 1988.
- [32] W. Cantwell and J. Morton. Comparison of the low and high velocity impact response of CFRP. *Composites*, 20:545–551, 1989.
- [33] W. Cantwell and J. Morton. Impact perforation of carbon fibre reinforced plastic. *Composites Science and Technology*, 38:119–141, 1990.
- [34] J.K. Chen, Firooz A. Allahdadi, and Theodore C. Carney. High-velocity impact of graphite/epoxy composite laminates. *Composites Science and Technology*, 57:1369 – 1379, 1997.
-

-
- [35] C Ulven, U.K Vaidya, and M.V Hosur. Effect of projectile shape during ballistic perforation of VARTM carbon/epoxy composite panels. *Composite Structures*, 61:143 – 150, 2003.
- [36] S. Chan, Z. Fawaz, K. Behdinan, and R. Amid. Ballistic limit prediction using a numerical model with progressive damage capability. *Composite Structures*, 77:466 – 474, 2005.
- [37] Ercan Sevkat. Experimental and numerical approaches for estimating ballistic limit velocities of woven composite beams. *International Journal of Impact Engineering*, 45:16 – 27, 2012.
- [38] J. López-Puente, R Zaera, and C Navarro. The effect of low temperatures on the intermediate and high velocity impact response of CFRPs. *Composites Part B: Engineering*, 33(8):559 – 566, 2002.
- [39] J. López-Puente, R. Zaera, and C. Navarro. An analytical model for high velocity impacts on thin CFRPs woven laminated plates. *International Journal of Solids and Structures*, 44(9):2837 – 2851, 2007.
- [40] J López-Puente, R Zaera, and C Navarro. Experimental and numerical analysis of normal and oblique ballistic impacts on thin carbon/epoxy woven laminates. *Compos Part A-Appl S*, 39:374–87, 2008.
- [41] D. Varas, J.A. Artero-Guerrero, J. Pernas-Sánchez, and J. López-Puente. Analysis of high velocity impacts of steel cylinders on thin carbon/epoxy woven laminates. *Composite Structures*, 95(0):623 – 629, 2013.
- [42] J. Pernas-Sánchez, J.A. Artero-Guerrero, J. Zahr Viñuela, D. Varas, and J. López-Puente. Numerical analysis of high velocity impacts on unidirectional laminates. *Composite Structures*, 107:629 – 634, 2014.
- [43] J. Pernas-Sánchez, J.A. Artero-Guerrero, D. Varas, and J. López-Puente. Experimental analysis of normal and oblique high velocity impacts on carbon/epoxy tape laminates. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 60(0):24 – 31, 2014.
- [44] C.T. Sun and S.V. Potti. A simple model to predict residual velocities of thick composite
-

- laminates subjected to high velocity impact. *International Journal of Impact Engineering*, 18(3):339 – 353, 1996.
- [45] P.J. Hazell, G. Kister, C. Stennett, P. Bourque, and G. Cooper. Normal and oblique penetration of woven CFRP laminates by a high velocity steel sphere. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 39(5):866 – 874, 2008.
- [46] H. Kim and K.T. Kedward. Aiaa-99-1366 experimental and numerical analysis correlation of hail ice impacting composite structures. *Composite Structures*, 68:1 – 11, 1999.
- [47] Hyonny Kim, Douglas A Welch, and Keith T Kedward. Experimental investigation of high velocity ice impacts on woven carbon/epoxy composite panels. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 34(1):25 – 41, 2003.
- [48] J. Pernas-Sánchez, J.A. Artero-Guerrero, D. Varas, and J. López-Puente. Experimental analysis of ice sphere impacts on unidirectional carbon/epoxy laminates. *International Journal of Impact Engineering*, 96:1 – 10, 2016.
- [49] T.H. Kermanidis, G. Labeas, M. Sunaric, and L. Ubels. Development and validation of a novel bird strike resistant composite leading edge structure. *Applied Composite Materials*, 12:327 – 353, 2005.
- [50] Jennifer Rhymer, Hyonny Kim, and Dennis Roach. The damage resistance of quasi-isotropic carbon/epoxy composite tape laminates impacted by high velocity ice. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 43:1134 – 1144, 2012.
- [51] Gareth J. Appleby-Thomas, Paul J. Hazell, and Gussan Dahini. On the response of two commercially-important CFRP structures to multiple ice impacts. *Composite Structures*, 93:2619 – 2627, 2011.
- [52] Prashant Kumar, Anita Garg, and B.D. Agarwal. Dynamic compressive behaviour of unidirectional GFRP for various fibre orientations. *Materials Letters*, 4:111 – 116, 1986.
- [53] J. Lankford. Compressive damage and fatigue at high loading rates in graphite fiber-reinforced polymeric matrix composites. *Ceramica Transactions*, 19:553 – 563, 1991.
-

-
- [54] J. Yuan, N. Takeda, and A.M. Waas. Comparison of impact compressive failure of GFRP and CFRP unidirectional composites. *Impact Response of Materials and Structures. 3rd International Symposium on Impact Engineering*, pages 184 – 189, 1999.
- [55] Qida Bing and C.T. Sun. Modeling and testing strain rate-dependent compressive strength of carbon/epoxy composites. *Composites Science and Technology*, 65:2481 – 2491, 2005.
- [56] H. Koerber, J. Xavier, and P.P. Camanho. High strain rate characterisation of unidirectional carbon-epoxy IM7-8552 in transverse compression and in-plane shear using digital image correlation. *Mechanics of Materials*, 42:1004 – 1019, 2010.
- [57] Xin Li, Ying Yan, Licheng Guo, and Chenghai Xu. Effect of strain rate on the mechanical properties of carbon/epoxy composites under quasi-static and dynamic loadings. *Polymer Testing*, 52:254 – 264, 2016.
- [58] A.G. Mamalis, D.E. Manolakos, M.B. Ioannidis, and D.P. Papapostolou. On the response of thin-walled CFRP composite tubular components subjected to static and dynamic axial compressive loading: experimental. *Composite Structures*, 69:407 – 420, 2005.
- [59] A.G. Mamalis, D.E. Manolakos, M.B. Ioannidis, and D.P. Papapostolou. The static and dynamic axial collapse of CFRP square tubes: Finite element modelling. *Composite Structures*, 74:213 – 225, 2006.
- [60] Z Hashin and A. Rotem. A fatigue failure criterion for fiber reinforced materials. Technical report. Department of materials engineering; Technion - Israel Institute of technology, 1973.
- [61] F Chang and KA Chang. A progressive damage model for laminated composites containing stress concentrations. *Journal of Composite Materials*, 21:834–55, 1987.
- [62] A. Puck and H. Schurmann. Failure analysis of FRP laminates by means of physically based phenomenological models. *Composites Science and Technology*, 58:1045–1067, 1998.
- [63] A. Puck and H. Schurmann. Failure analysis of FRP laminates by means of physically based phenomenological models. *Composites Science and Technology*, 62:1633–1662, 2002.
- [64] JP Hou, N Petrinic, C Ruiz, and SR Hallett. Prediction of impact damage in composite plates. *Composites Science and Technology*, 60(2):273–81, 2000.
-

-
- [65] S. T. Pinho, C. G. Dávila, P. P. Camanho, L. Iannucci, and P. Robinson. Failure models and criteria for FRP under in-plane or three-dimensional stress states including shear non linearities. Technical report. NASA, 2005.
- [66] P. Maimí, P.P. Camanho, J.A. Mayugo, and C.G. Dávila. A continuum damage model for composite laminates: Part I Constitutive model. *Mechanics of Materials*, 39(10):897 – 908, 2007.
- [67] Xavier Martinez, Fernando Rastellini, Sergio Oller, Fernando Flores, and Eugenio Oñate. Computationally optimized formulation for the simulation of composite materials and delamination failures. *Composites Part B: Engineering*, 42(2):134 – 144, 2011.
- [68] Olivier Cousigné, David Moncayo, Daniel Coutellier, Pedro Camanho, Hakim Naceur, and Steffen Hampel. Development of a new nonlinear numerical material model for woven composite materials accounting for permanent deformation and damage. *Composite Structures*, 106:601–614, 2013.
- [69] Costa J Renart J Turon A, Camanho PP. Accurate simulation of delamination growth under mixed-mode loading using cohesive elements: Definition of interlaminar strengths and elastic stiffness. *Composite Structures*, 92(8):1857–64, 2010.
- [70] Various Authors. World wide failure exercise. Composites Science and Technology vol. 58(7)(1998), 62(12-13) (2002) y 64(3-4) (2004), Journal of Composite Materials vol. 46(19-20) (2012), 47(6-7) (2013).
- [71] R.M. Christensen. Stress based yield/failure criteria for fiber composites. *International Journal of Solids and Structures*, 34(5):529 – 543, 1997.
- [72] S W Tsai. Strenght characteristics of composite materials. Technical report. NASA/CR-224, 1965.
- [73] S W Tsai and E. M. Wu. A general theory of strength for anisotropic materials. *Journal of Composites Material*, 5:58–80, 1970.
- [74] Z Hashin. Failure criteria for unidirectional fiber composites. *Journal of Applied Mechanics*, 47:329–334, 1980.
-

-
- [75] Matthias Deuschle. *3D Failure Analysis of UD Fibre Reinforced Composites: Puck's Theory within FEA*. Phd thesis, Universität Stuttgart, Stuttgart, 2010.
- [76] L. M. Kachanov. Time of the rupture process under creep conditions. *Izvestia Akademii Nauk SSSR. Otdelenie Tekhnicheskikh Nauk*, (8):26 – 31, 1958.
- [77] A. Matzenmiller, J. Lubliner, and R.L. Taylor. A constitutive model for anisotropic damage in fiber-composites. *Mechanics of Materials*, 20(2):125 – 152, 1995.
- [78] Jean Lemaitre and Jean-Louis Chaboche. *Mechanics of Solid Materials*. Cambridge University Press, Cambridge, 1990.
- [79] George Z. Voyiadjis and Babur Deliktas. A coupled anisotropic damage model for the inelastic response of composite materials. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 183(34):159 – 199, 2000.
- [80] Ignacio Carol, Egidio Rizzi, and Kaspar Willam. On the formulation of anisotropic elastic degradation. I. Theory based on a pseudo-logarithmic damage tensor rate. *International Journal of Solids and Structures*, 38(4):491 – 518, 2001.
- [81] Ignacio Carol, Egidio Rizzi, and Kaspar Willam. On the formulation of anisotropic elastic degradation. II. Generalized pseudo-rankine model for tensile damage. *International Journal of Solids and Structures*, 38(4):519 – 546, 2001.
- [82] Bibiana Luccioni and Sergio Oller. A directional damage model. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 192(9?10):1119 – 1145, 2003.
- [83] Michael Ortiz. A constitutive theory for the inelastic behavior of concrete. *Mechanics of Materials*, 4(1):67 – 93, 1985.
- [84] J.W. Ju J.C. Simo. Strain- and stress-based continuum damage models. I. Formulation. *International Journal of Solids and Structures*, 23(7):821 – 840, 1987.
- [85] J.W. Ju J.C. Simo. Strain- and stress-based continuum damage models. II. Computational aspects. *International Journal of Solids and Structures*, 23(7):841 – 869, 1987.
-

-
- [86] J.W. Ju. On energy-based coupled elastoplastic damage theories: Constitutive modeling and computational aspects. *International Journal of Solids and Structures*, 25(7):803 – 833, 1989.
- [87] J.L. Chaboche. Development of continuum damage mechanics for elastic solids sustaining anisotropic and unilateral damage. *International Journal of Damage Mechanics*, 2:311 – 329, 1993.
- [88] J.L. Chaboche. A continuum damage theory with anisotropic and unilateral damage. *La Recherche Aéronautique*, 2:139 – 147, 1995.
- [89] Ever J. Barbero and Liliana De Vivo. A constitutive model for elastic damage in fiber-reinforced pmc laminae. *International Journal of Damage Mechanics*, 10:73 – 93, 2001.
- [90] Ever J. Barbero and Paolo Lonetti. Damage model for composites defined in terms of available data. *Mechanics of Composite Materials and Structures*, 8:299 – 315, 2001.
- [91] P. Linde, J. Pleitner, H. De-Boer, and C. Carmone. Modelling and simulation of fibre metal laminates, 2004 ABAQUS Users' Conference.
- [92] Z.P. Bazant and J. Planas. *Fracture and size effect in concrete and other quasi-brittle materials*. W. F. Chen, Purdue University, 1998.
- [93] BD Coleman and Walter Noll. The thermodynamics of elastic materials with heat conduction and viscosity. *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, 13:167 – 178, 1963.
- [94] BD Coleman and ME Gurtin. Thermodynamics with internal state variables. *The Journal of Chemical Physics*, 47:597 – 613, 1967.
- [95] Mark F. Horstemeyer and Douglas J. Bammann. Historical review of internal state variable theory for inelasticity. *International Journal of Plasticity*, 26(9):1310 – 1334, 2010.
- [96] L.G. Machado and D.C. Lagoudas. Thermomechanical constitutive modeling of smas. Fiftieth AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference. Palm Springs (California), May 2009.
-